

5. La legge della gravitazione universale

1 Forza gravitazionale

Consideriamo due corpi di masse m_1 e m_2 . Supponiamo, come illustrato in figura 1, che abbiano forma sferica e raggi R_1 e R_2 , rispettivamente. Indichiamo con r la distanza tra i due centri. La legge della gravitazione universale afferma che i due corpi si attraggono reciprocamente con una forza diretta lungo la congiungente dei centri e avente un'intensità proporzionale al prodotto delle due masse e inversamente proporzionale al quadrato della distanza. In formule

$$F_{12} = G \frac{m_1 m_2}{r^2}, \quad (1)$$

dove $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{newton} \cdot \text{m}^2 / \text{Kg}^2$ è una costante universale. Con il simbolo F_{12} intendiamo l'intensità espressa in newton sia della forza che il corpo 1 esercita sul corpo 2, che la forza che il corpo 2 esercita sul corpo 1. La forza gravitazionale costituisce un esempio della III legge del moto, nota anche come principio di uguaglianza di azione e reazione. Per evitare fraintendimenti precisiamo che l'uguaglianza delle due forze non vuol dire la loro compensazione. Due forze uguali ed opposte si compensano quando sono esercitate sullo stesso corpo. Nel caso in questione discutiamo di due forze uguali ed opposte esercitate su corpi diversi!

Un secondo punto da notare nell'equazione (1) è il fatto che la forza di attrazione reciproca dipende dalla distanza tra i centri, ma non dai raggi dei due corpi. Per essere più precisi, nella (1) abbiamo assunto che i due corpi abbiano una densità di massa uniforme. In questo caso il centro geometrico del corpo coincide con il centro di massa. Il centro di massa è un punto ideale con la caratteristica che, applicando in esso una forza, tale forza imprime al corpo un moto rigido nello spazio senza rotazioni.

La presenza delle masse nella (1) richiede un commento. Tali masse sono dette gravitazionali in quanto caratterizzano la proprietà di un corpo di esercitare un'attrazione. Una massa maggiore corrisponde ad una maggiore forza di attrazione. La massa introdotta nella II legge della dinamica rappresenta invece la proprietà di un corpo di resistere all'azione di una forza, rappresenta cioè l'inerzia di un corpo a cambiare il suo stato di moto. Per questo viene chiamata massa inerziale. A priori, nel senso di prima di una verifica sperimentale, non c'è motivo di aspettarsi che queste masse siano identiche. È un fatto sperimentale tuttavia che il rapporto tra queste masse è identico per tutti i corpi e che quindi possono essere scelte uguali.

Un ultimo commento circa l'aggettivo universale, che qui va inteso nel senso che la (1) regola tutte le forze di attrazione tra corpi indipendentemente dalla loro dimensione e massa. In altre parole la stessa legge regola il moto dei pianeti rispetto al sole, il moto della luna rispetto alla terra, l'attrazione che la terra esercita su ciascuno di noi.

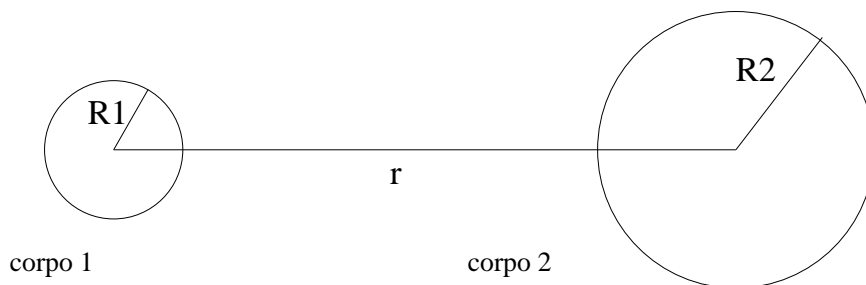


Figure 1: Due corpi di forma sferica esercitano una forza di attrazione reciproca diretta lungo la congiungente dei centri.

2 Accelerazione di gravità

La forza di attrazione reciproca tra due corpi è uguale in intensità in accordo con il principio di azione e reazione. Tuttavia ciò non implica un eguale effetto. Si è detto che l'azione di una forza su un corpo è quella di produrre un'accelerazione del corpo stesso. L'entità dell'accelerazione dipende dalla massa del corpo. Se i corpi hanno la stessa massa, essendo la forza che ognuno esercita sull'altro uguale, allora i due corpi devono sperimentare la stessa accelerazione. Nel caso invece in cui le masse sono diverse, il corpo di massa maggiore sperimenta un'accelerazione minore. In formule

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{m_1}{m_2}. \quad (2)$$

Come esempio consideriamo il caso di una persona sulla superficie terrestre come illustrato in figura 2. È chiaro che una persona risente dell'attrazione della terra molto più di quanto la terra risente dell'attrazione della persona! Consideriamo una persona che si trovi ad un'altezza $h = 100m$ dal suolo. In base alla (1) la forza di attrazione che questa persona sperimenta è pari a

$$F = G \frac{Mm}{(R+h)^2}. \quad (3)$$

Considerando che il raggio della terra è $R = 6.38 \times 10^6 m$, nella (3) h è trascurabile rispetto a R . Allora se ci muoviamo ad altezze h piccole rispetto al raggio terrestre, la forza di attrazione gravitazionale è circa costante. Se inseriamo il valore della massa terrestre, $M = 5.98 \times 10^{24} Kg$, otteniamo

$$F = \frac{GM}{R^2} m \equiv gm \quad (4)$$

cioè

$$g = \frac{6.67 \times 10^{-11} \text{newton} \cdot m^2 / Kg^2 5.98 \times 10^{24} Kg}{(6.38 \times 10^6 m)^2} m = 9,8 m/s^2.$$

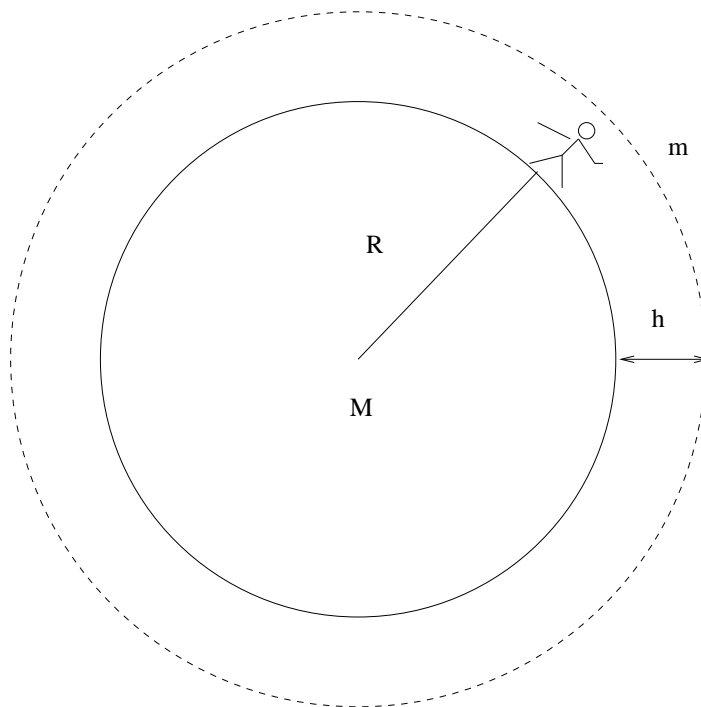


Figure 2: Attrazione gravitazionale sulla superficie della terra. M è la massa della terra, mentre m è la massa di una persona. R è il raggio terrestre. h rappresenta la distanza dal suolo.

Dunque il valore di g dipende dalla massa e raggio terrestri. Su un altro pianeta il valore di g è diverso. Ad esempio sulla luna il valore di g è circa sei volte più piccolo. Una conseguenza di questo fatto è l'apparente diminuzione di peso che tutti abbiamo visto nelle immagini degli astronauti a passeggio sulla superficie lunare. Quest'ultima osservazione ci offre la possibilità di illustrare il concetto di peso o forza peso. Infatti vogliamo distinguere i due concetti di massa e peso. Essi sono naturalmente legati e talvolta nell'esperienza quotidiana sono confusi. Un oggetto di massa m è attratto verso la terra con una forza pari a

$$F_p = mg. \quad (5)$$

Se desidero che il corpo non cada e quindi resti fermo, devo applicare ad esso una forza opposta e di uguale intensità. Infatti in base alla I legge del moto affinché un corpo permanga nel suo stato di quiete o moto rettilineo uniforme deve accadere che o non agiscono forze su di esso o che l'effetto di tali forze si compensi. Quando solleviamo oggetti pesanti in modo diverso, seppure in modo impreciso, percepiamo chiaramente che i nostri muscoli devono produrre uno sforzo diverso per sollevare i diversi corpi. Tale diversità di sforzo viene associata al diverso peso. È chiaro dalla (5) che corpi di massa maggiore hanno

un peso maggiore.

Il peso è dunque il risultato di due fatti: a) la massa del corpo; b) l'accelerazione di gravità g . Ad esempio, lo stesso corpo ha un peso diverso sulla terra e sulla luna. I nostri muscoli sono abituati allo sforzo che devono fare per sostenere il nostro peso sulla terra. Sulla luna dove g è minore sperimentano un peso minore.

In ultimo commentiamo sul meccanismo di funzionamento della bilancia a piatti. Essa sfrutta l'equilibrio delle forze peso agente sui corpi posti sui due piatti della bilancia. Benchè la forza peso possa differire sulla terra e sulla luna, il confronto tra due masse resta identico.