4. I principi della meccanica

1 Leggi del moto

Come si è visto la cinematica studia il moto dal punto di vista descrittivo, ma non si sofferma sulle cause di esso. Ciò è compito della dinamica. Alla base della dinamica c'è il concetto di forza. Tale concetto nasce dall'esperienza quotidiana, ma acquista significato preciso nella formulazione di Newton. É utile formulare subito tali leggi e poi discuterne il significato.

I legge *Un corpo non soggetto a forze esterne permane in uno stato di quiete o di moto rettilineo uniforme.*

II legge *La risultante delle forze applicate su un corpo è uguale al prodotto della massa del corpo per l'accelerazione.*

III legge *Quando due corpi interagiscono, la forza che il primo esercita sul secondo è uguale ed opposta alla forza che il secondo esercita sul primo.*

In questa lezione ci soffermiamo a discutere le prime due leggi.

La I legge è anche nota come il principio d'inerzia di Galileo. Prima di Galileo era infatti molto radicata l'idea che per avere un moto a velocità costante fosse necessaria la presenza di una causa esterna. Tale idea nasce facilmente dall'esperienza quotidiana quando ad esempio in macchina togliamo il piede dall'acceleratore ed aspettiamo che la macchina naturalmente si fermi (purché ci sia abbastanza strada libera davanti!).

Per evitare fraintendimenti soffermiamoci su cosa significa ricercare le cause del moto. Supponiamo che un carrello portabagagli sia fermo. Ad un certo istante diamo una spinta al carrello e questo comincia a muoversi. La spinta è chiaramente causa di una variazione dello stato di moto del carrello. Cessata l'azione della spinta, il carrello continua a muoversi, senza variare il suo stato di moto, almeno nella fase iniziale (Successivamente il carrello si ferma per effetto delle cosidette forze di attrito).

Secondo Galileo e Newton, il corretto moto di interpretare l'esperimento del carrello è che *solo* le variazioni dello stato di moto hanno bisogno di una causa. A tale causa si dà il nome di forza. La variazione dello stato di moto, come abbiamo imparato dalla cinematica, corrisponde ad un'accelerazione. Allora una forza agente su un corpo produce un'accelerazione nel moto del corpo stesso. In assenza di forze, invece, un corpo non ha motivo di variare il suo stato di moto rettilineo uniforme o di quiete.

Da quanto abbiamo appena detto potrebbe sembrare che la I e II legge facciano affermazioni speculari. La I legge afferma che senza forze agenti non c'è variazione dello stato di moto, mentre la II afferma che in presenza di forze cè variazione di moto. In realtà la II legge dice di più poichè quantifica l'azione della forza come causa di accelerazione. Vogliamo ora soffermarci su questa relazione quantitativa.

Consideriamo, come abbiamo fatto finora, un moto unidimensionale. La II legge afferma che l'accelerazione a di un corpo è proporzionale alla forza F agente su di esso. Tale relazione di proporzionalità si esprime mediante la relazione

$$F = ma, \tag{1}$$

dove m è una costante di proporzionalità. Questa costante è detta massa ed indica la quantità di materia. È immediato osservare che, a parità di forza applicata, un corpo di massa più grande subisce una variazione del suo stato di moto più piccola di quella di un corpo di massa più piccola. Si pensi all'esempio del carrello nei due casi di carrello vuoto o carico di bagagli.

Il significato dell'equazione (1) è che, se conosciamo l'accelerazione e la massa di un corpo, siamo in grado di conoscere l'entità della forza agente su di esso. Notiamo che in generale l'accelerazione varia nel tempo per cui la (1) ci informa della forza agente sul corpo all'istante in cui conosciamo il valore dell'accelerazione. In modo analogo, se conosciamo l'accelerazione prodotta da una data forza siamo in grado di conoscere la massa. Quando parliamo di conoscere l'accelerazione intendiamo il suo valore numerico espresso nelle unità di misura scelte. Avendo adottato il *metro* per le lunghezze e il *secondo* per i tempi, abbiamo visto che l'accelerazione si misura in m/s^2. Per utilizzare la (1) dobbiamo specificare l'unità di misura della massa e della forza. Definire un'unità di misura corrisponde a definire, almeno idealmente, un procedimento di misura mediante uno strumento opportuno. Nel caso delle lunghezze tale procedimento è effettuato scegliendo un metro campione, cioè una sbarra di un metallo opportunamente scelto. La misura consiste nel sovrapporre il metro (tante volte quante necessarie) con l'oggetto che vogliamo misurare. Tale procedimento implica un confronto. Allo stesso modo la misura dei tempi presuppone la disponibilità di un orologio. Il procedimento di misura implica di nuovo un confronto tra il verificarsi di un evento e la posizione di una lancetta. Nel caso della massa lo strumento di misura è costituito da una bilancia a due piatti. Dopo aver scelto una massa campione cui viene dato il nome di chilogrammo (Kg), il procedimento di misura implica ancora una volta un confronto tra la massa campione e il corpo di cui vogliamo conoscere la massa. Ciò che misuriamo è il rapporto della massa del corpo rispetto alla massa campione. Notiamo che al momento prescindiamo dal principio di funzionamento della bilancia nello stesso modo in cui prescindiamo dal principio di funzionamento dell'orologio. Ciò che conta è la definizione di un procedimento di confronto oggettivo e riproducibile. Tramite le unità di lunghezza, massa e tempo abbiamo definito il sistema detto MKS, cioè metro (m), chilogrammo (Kg) e secondo (s). Come si è già detto la velocità si misura in m/s e l'accelerazione in m/s^2. A questo punto, attraverso l'equazione fondamentale della dinamica (1), siamo in grado di introdurre l'unità di misura della forza. A tale unità si dà il nome di newton (N). $1N$ corrisponde ad una forza capace di imprimere un'accelerazione di $1m/s^2$ ad una massa di $1Kg$. Il fatto che l'effetto di una forza di un corpo dipende dalla massa del corpo suggerisce di introdurre un'altra grandezza fisica, che sarà molto utile nello studio degli urti. Tale grandezza è la *quantità di moto* o *impulso* ed è data dal prodotto della massa per la velocità, cioè

$$p = mv. \tag{2}$$

Un treno ed una macchina che si muovono alla stessa velocità hanno un impulso diverso. È ovvio che la forza d'impatto che esercita un treno su un ostacolo fermo è maggiore di quella di una macchina che si muove alla medesima velocità. Tale differenza è dovuta alla diversa massa ed è misurata dalla quantità di moto. La legge (1) può essere formulata in termini della quantità di moto. Si è visto che l'accelerazione è la variazione di velocità per unità di tempo, cioè

$$a = \frac{w}{\tau}, \tag{3}$$

dove τ è un intervallo di tempo infinitesimo e w è la variazione di velocità in quell'intervallo. Se nell'intervallo τ la velocità varia di w, la quantità di moto varierà di mw. Allora l'equazione (1) può essere scritta nella forma

$$F = \frac{p}{\tau}, \tag{4}$$

cioè l'entità della forza applicata è pari alla variazione di impulso nell'unità di tempo. Possiamo quindi dire che l'applicazione di una forza per un certo tempo provoca una variazione della quantità di moto di un corpo. Una forza di data intensità (espressa in newton) produce una variazione della quantità di moto che dipende dalla durata dell'intervallo di tempo durante il quale è applicata.

Abbiamo detto che la (1) è la legge fondamentale della meccanica, poichè permette di determinare la forma del moto a partire dalla conoscenza della forza. Infatti a membro di sinistra della (1) si ha un'informazione dinamica, cioè relativa alla forza, mentre a membro di destra abbiamo una quantità cinematica, l'accelerazione. Ad esempio se sappiamo che su un corpo non agiscono forze, in base alla (1) deduciamo che $a = 0$, cioè il corpo ha un moto con accelerazione zero. Dunque la forma del moto non può che essere quella del moto uniforme. Se la forza applicata è costante, allora sempre attraverso la (1) deduciamo che $a = F/m$ è costante. Il moto in questo caso deve avere la forma del moto uniformente accelerato. In generale data l'informazione dinamica della natura della forza, la (1) consente di determinare l'accelerazione istantanea e quindi la forma del moto. Lo sviluppo di un procedimento matematico per determinare la forma del moto portò Newton allo sviluppo del calcolo infinitesimale e alla nascita della moderna analisi matematica.

2 Esempio della caduta verticale

Consideriamo la caduta verticale di un corpo illustrata in figura 1. La forza agente è la forza di gravità. Sia h l'altezza da cui cade il corpo. Vogliamo determinare il tempo di arrivo a terra. La forza di gravità (come vedremo nelle prossime lezioni) è data da

$$F = m_g g \tag{5}$$

dove $g = 9,8 m/s^2$ e m_g, detta massa gravitazionale, è un parametro del corpo. Usando la legge (1) otteniamo

$$m_g g = ma \tag{6}$$

da cui si ricava un'accelerazione costante pari a

$$a = \frac{m_g}{m} g. \tag{7}$$

A priori tale accelerazione dipende, per un dato corpo, dal rapporto tra la sua massa gravitazionale e la sua massa definita precedentemente. Come abbiamo già ricordato in una precedente lezione, Galileo dimostrò sperimentalmente che il rapporto m_g/m è uguale per tutti i corpi. Ciò implica che l'accelerazione di caduta è uguale per tutti i corpi. Possiamo allora con un'opportuna scelta delle unità di misura prendere tale rapporto pari a uno, cioè affermare l'uguaglianza tra massa e massa gravitazionale. Dunque sappiamo che $a = g$. Ora poichè l'accelerazione è costante sappiamo che la forma del moto è quella del moto uniformemente accelerato. Il tempo di arrivo t_{fin} deve essere il tempo necessario per percorrere una distanza pari all'altezza da cui cade il corpo. La legge oraria del moto uniformemente accelerato ricavata precedentemente afferma che

$$x_{fin} - x_{in} = v_{in} t_{fin} + \frac{1}{2} a t_{fin}^2. \tag{8}$$

Nel caso d'interesse abbiamo che il corpo parte con velocità nulla, $v_{in} = 0$, $x_{fin} = 0$, $x_{in} = h$, $a = -g$, per cui

$$h = \frac{1}{2} g t_{fin}^2. \tag{9}$$

Ad esempio, se $h = 30m$, abbiamo

$$t_{fin} = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{60}{9,8}} s \approx 6.12s.$$

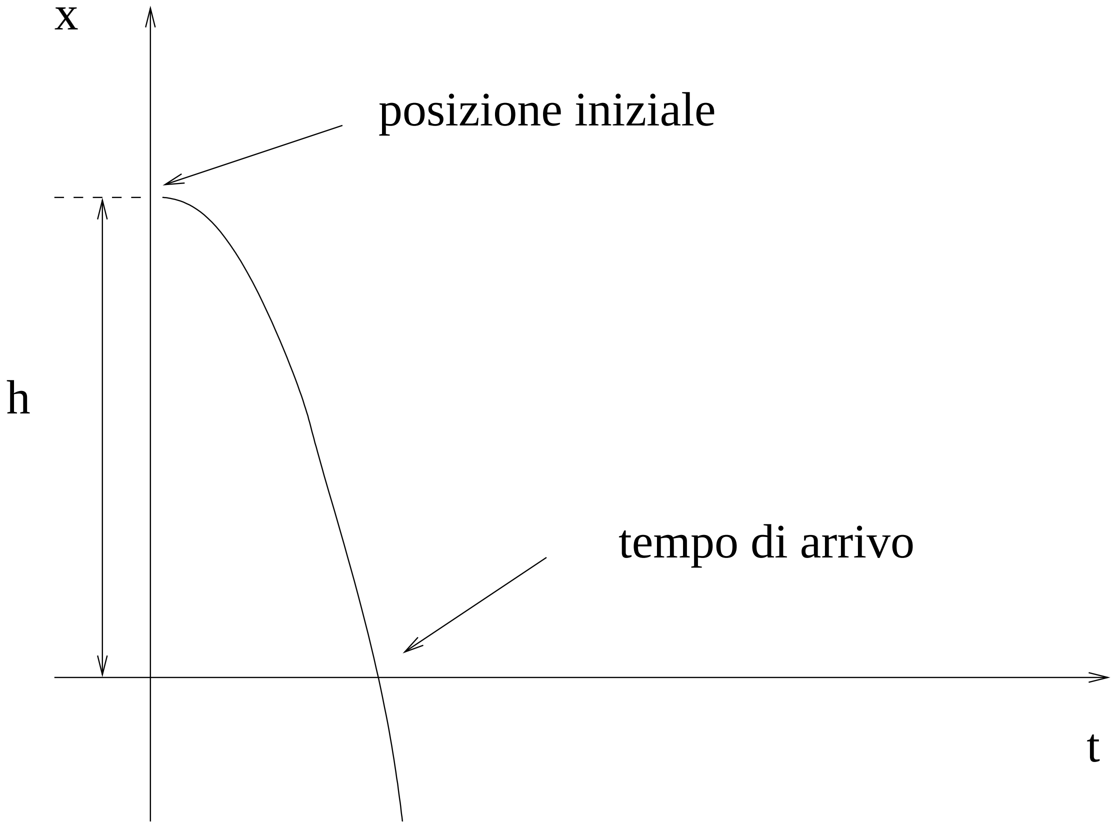

Figure 1: Moto di un corpo in caduta.