

Grafica e analisi di dati utilizzando GNUPLOT

Carlo Meneghini

Vediamo come graficare dati e funzioni e come effettuare fit non lineari utilizzando il programma: **Gnuplot**.

Gnuplot e' un software free, ottenibile dal sito <http://www.gnuplot.info/> e disponibile per Windows (tutti), Dos, Linux, Unix, Mcintosh, Vax, VMS etc... Contiene un ottimo help e il manuale e' consultabile sulla rete.

Ne vediamo qui alcuni dei comandi principali.

Gnuplot si presenta con una finestra grafica ed una finestra comandi. I comandi, con la stessa sintassi, possono essere dati tramite files, in questo caso il comando

➤ load 'macrofile'

esegue, nell'ordine, i comandi scritti nel file macrofile. Una riga che comincia con '#' viene considerata un commento e non viene eseguita.

Molti comandi possono essere abbreviati, ad es. plot > pl, logscale > log, with > w, line > l etc..

Come si usa

A: grafico di una funzione

Per fare un grafico bisogna fornire:

- 1) funzione da graficare
- 2) intervAllo in x e in y
- 3) definire ascisse e ordinate con le rispettive unita' di misura.

il comando

➤ plot FCN(x)

permette di graficare la funzione FCN in funzione dell'ascissa, dove FCN puo' essere una delle funzioni definite nel programma:

abs	cos	log	tm_min	atan2	ibeta	sinh
acos	cosh	log10	tm_mon	atanh	inverf	sqrt
acosh	erf	norm	tm_sec	besj0	igamma	tan
arg	erfc	rand	tm_wday	besj1	imag	tanh
asin	exp	real	tm_yday	besy0	invnorm	column
asinh	floor	sgn	tm_year	besy1	int	tm_hour
atan	gamma	sin	valid	ceil	lgamma	tm_mday

o una funzione opportunamente definita dall'utente. Ad esempio

➤ $f(x) = 2 + 0.5*x + 4*x**2$

definisce una parabola. Gnuplot consente anche di definire funzioni di tipo simbolico:

➤ $f(x) = a + b*x + c*x**2$

➤ $g(x) = a * \sin(x) + b * \cos(x)$

In questo caso l'utente deve definire i parametri a, b, c in modo opportuno. Ad esempio le due serie di comandi sono equivalenti:

```
> f(x) = 2 + 0.5*x + 4*x**2
> pl f(x)
```

```
> f(x) = a + b*x + c*x**2
> a = 2
> b=0.5
> c=4
> pl f(x)
```

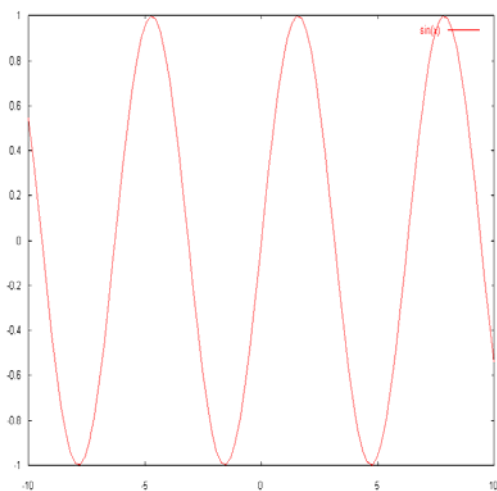


grafico ottenuto digitando:
gnuplot> sin(x)

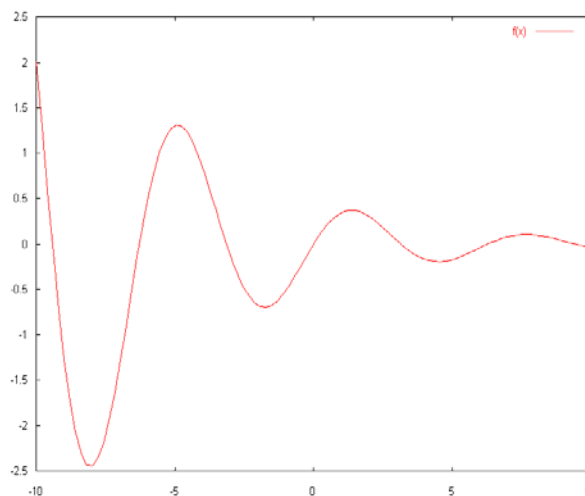


grafico ottenuto digitando:
gnuplot> f(x) = b*sin(x)*exp(-x/a)
gnuplot> b=0.5
gnuplot> a=5
gnuplot> pl f(x)

E' possibile graficare piu' funzioni su uno stesso grafico o definire i simboli da utilizzare:

```
> plot f(x) with line
> plot f(x) with point
> plot f(x) with dots
```

```
> pl f(x) w l
> pl f(x) w p
> pl f(x) w d
```

```
> pl f(x) w l, sin(x) w p
> plot f(x) w l 3, sin(x) w l 1
etc...
```

Per default il programma assegna lo stile (colore e forma dei punti) nell'ordine con cui vengono immessi i dati:

1 rosso, 2 verde, 3 bleu etc...

altrimenti lo stile puo' essere impostato inserendo un numero dopo la definizione del simbolo.

x, y Ranges

> **plot** [$x_{\min}:x_{\max}$] [$y_{\min}:y_{\max}$] $f(x)$ w l 2

oppure

> **set xrange** [$x_{\min}:x_{\max}$] (**> set xr** [$x_{\min}:x_{\max}$])

> **set yrange** [$y_{\min}:y_{\max}$] (**> set yr** [$x_{\min}:x_{\max}$])

> **plot** $f(x)$

per graficare la funzione $f(x)$ nel range $x_{\min}:x_{\max}$ sulle ascisse a $y_{\min}:y_{\max}$ sulle ordinate

x, y Labels

> **set ylabel** 'V_c (V)'

> **set xlabel** 'T (s)'

x, y scales

> **set logscale x** (**set logscale y**) attiva la scala logaritmica sull'asse x (y)

> **set nologscale** disattiva la scala logaritmica

NB: Il comando:

> **save** 'nomefile'

salva la configurazione nel file: nomefile. Questo e' un file ascii che puo' essere editato e modificato a piacere o riutilizzato per un grafico successivo.

B: grafico di dati

Gnuplot puo' rappresentare il grafico di dati sperimentali leggendo i punti da graficare dati da files ascii. Una linea che comincia con '#' viene considerata un commento e non utilizzata.

Il comando per graficare un file e':

- `plot 'nome.file' using col_x : col_y title 'titolo' with symbol symboltype`
- `pl 'nome.file' u col_x : col_y title 'titolo' w symbol symboltype`

'*nome.file*' : nome del file di dati, deve essere racchiuso tra virgolette o apici

symbol : line, dot, point etc...

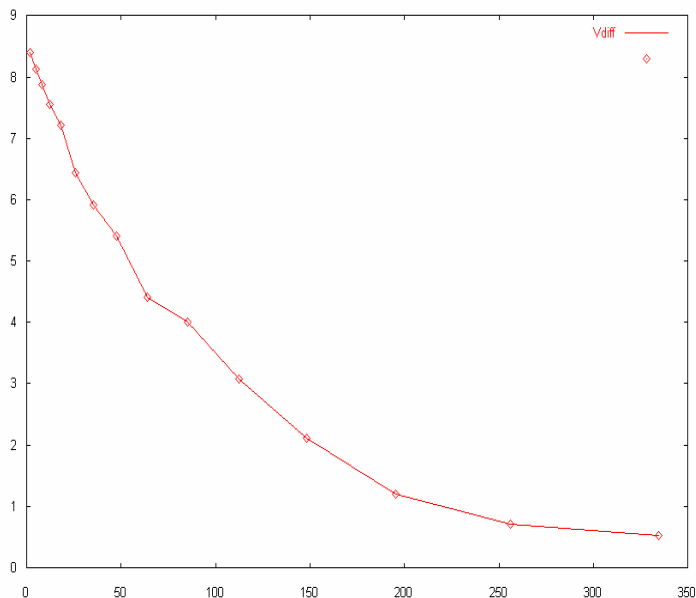
symboltype : 1, 2, 3 etc. Ad ogni numero e' associato un simbolo o colore differente

col_x (*y*) : colonna della x (*y*) al posto del numero della colonna si puo' utilizzar e una funzione:

- `pl 'nome.file' u 1:(sqrt($2)) w l` grafica la radice quadrata dei dati in colonna 2 usando come ascissa i dati in colonna 1
 - `pl 'nome.file' u 1:($2*$1) w l` grafica sulle ordinate il prodotto della colonna 2 per la 1
- etc...

Come sempio il grafico dataRC.dat e' un file a tre colonne che contiene i dati del circuito RC visto sopra.

$(t \pm 0.2) \text{ s}$	$V_c \text{ (V)}$	$\Delta V_c \text{ (V)}$
1.9	0.169	0.005
4.8	0.38	0.01
8.0	0.66	0.02
12.3	0.99	0.03
17.9	1.41	0.04
25.7	1.92	0.06
35.2	2.53	0.08
47.6	3.24	0.09
64.1	4.04	0.12
85.1	4.90	0.14
112.5	5.78	0.15
148.3	6.6	0.2
195.2	7.3	0.2
255.8	7.9	0.2
334.3	8.2	0.2



`pl 'dataRC.dat' u 1:2 title 'Vdiff' w l, 'dataRC.dat' u 1:2 title '' w p 1`

Barre d'errore:

Per graficare un file gnuplot si aspetta 2, 3, 4 o 6 colonne:

2 colonne :	u 1:2	x,y	1 : colonna delle x, 2 colonna delle y
3 colonne :	u 1:2:3 w ye	x, y, ydelta	errore su y (simmetrico) in colonna 3
3 colonne :	u 1:2:3 w xe	x, y, xdelta,	errore su x (simmetrico) in colonna 3
4 colonne :		x, y, ylow, yhigh	
4 colonne :		x, y, xlow, xhigh,	
6 colonne :		x, y, xlow, xhigh, ylow, yhigh	

> **pl** 'nomefile' using 1:2:3 with **xerrorbars** considera la terza colonna come errore su x

> **pl** 'nomefile' using 1:2:3 with **yerrorbars** considera la terza colonna come errore su y

> **pl** 'nomefile' using 1:2:(\$2+\$3):(\$2-\$4) with **yerrorbars**
 considera la terza e quarta colonna limite superiore e inferiore per l'errore su y

> **pl** 'nomefile' u 1:2: (\$1+\$3):(\$1-\$3):(\$2+\$4): (\$2-\$5) w **xyerrorbars**
 considera la colonna 3 (\$3) come errore su x, la colonna 4 e 5 sono, rispettivamente,
 il limite e inferiore per l'errore su y

ovviamente si possono usare funzioni e combinazioni relative:

> **pl** 'datarc.dat' u 1:2:(\$2*0.01) w **ye**
 rappresenta i dati con un errore del 10% sull'ordinata

> **plo** 'datarc.dat' u 1:2:(\$1+4):(\$1-4):(\$2+\$3):(\$2-\$3) w **xye**

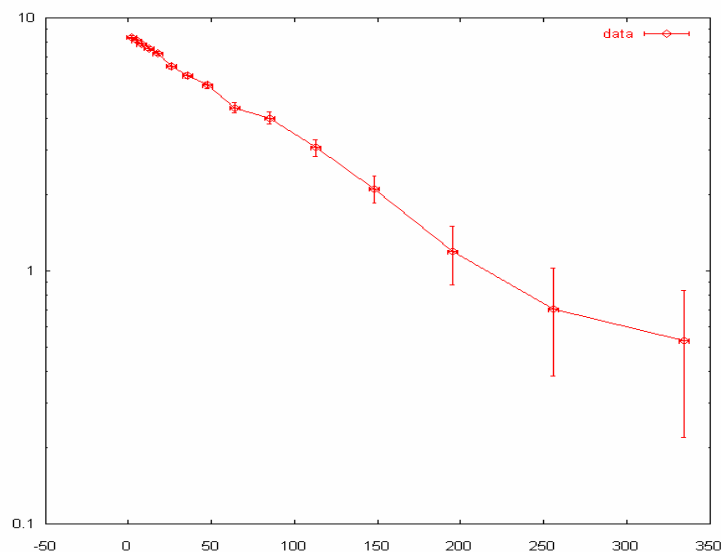
assume un errore costante eguale a 4 sull'asse delle x e usa i dati in colonna 3 come errore sulle y.
 Il grafico in basso e' ottenuto usando i seguenti comandi:

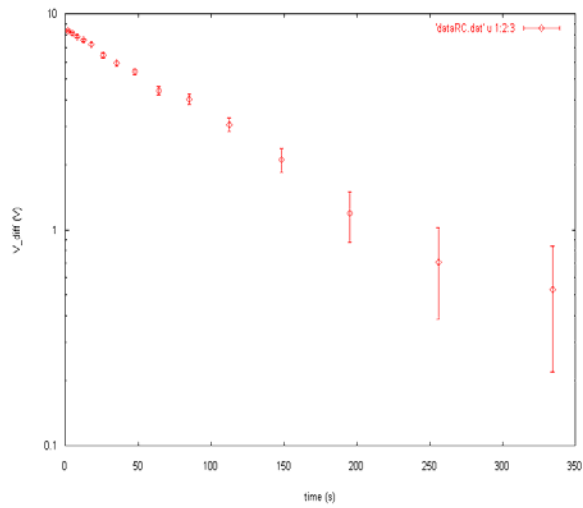
> set logscale y

> **plo** 'datarc.dat' u 1:2:(\$1+3):(\$1-3):(\$2+\$3):(\$2-\$3) 'dati' w **xye**, \

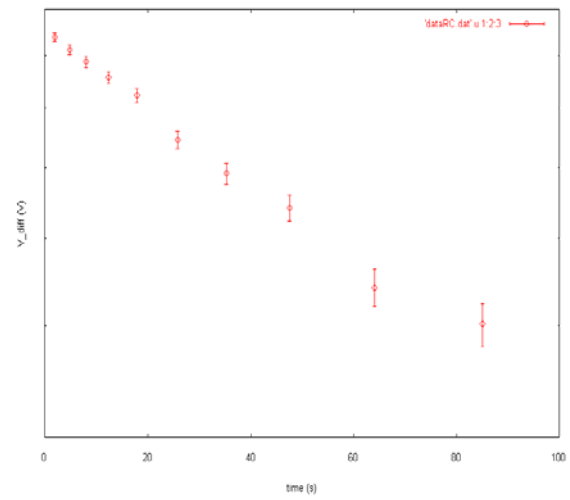
> datarc.dat' u 1:2 notitle w l

dove '\ ' e' usato per andare a capo se la riga e' troppo lunga.





```
gnuplot> set ylabel 'V_diff (V)'
gnuplot> set xlabel 'time (s)'
gnuplot> set log y
gnuplot> pl 'dataRC.dat' u 1:2:3 w e
```



```
gnuplot> set ylabel 'V_diff (V)'
gnuplot> set xlabel 'time (s)'
gnuplot> set log y
gnuplot> set xr [0:100]
gnuplot> set yr [3:9]
gnuplot> pl 'dataRC.dat' u 1:2:3 w e
```

oppure:

```
gnuplot> pl [0:100][3:9]'dataRC.dat' u 1:2:3 w e
```

C: fit di dati

Gnuplot consente di effettuare in modo semplice un fit dei dati con una funzione definita dall'utente. Per ottenere un fit:

- 1) definire la funzione con cui effettuare il fit

$$> f(x) = a * \exp(-x * b)$$
- 2) dare valori iniziali ragionevoli alle variabili (in alcuni casi e' essenziale per evitare minimi locali, in altri per evitare divergenze nella funzione di fit)

$$> a = 8.55$$

$$> b = 0.0095$$
- 3) effettuare il fit:

$$> \text{fit } f(x) \text{ 'nomefile' u 1:2 via a,b}$$

u 1:2 colonne dell'ascissa e dei dati
via a,b variabili libere utilizzate nel fit

prendiamo ad esempio i dati sul circuito RC visti in precedenza, i seguenti comandi:

```
> f(x) = a*exp(b*x)
> a=8.5
> b=0.009
> fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2 via a,b
```

producono sullo schermo (e in un file: fit.log) il seguente output:

```
Iteration N
WSSR      : 0.243297      delta(WSSR)/WSSR : -1.93886e-005
delta(WSSR) : -4.71718e-006  limit for stopping : 1e-005
lambda    : 0.000115054
resultant parameter values
a          = 8.46613
b          = -0.00946502
```

A: evoluzione normale

```
Iteration 9
WSSR      : 0.243297      delta(WSSR)/WSSR : -1.48305e-015
delta(WSSR) : -3.60822e-016  limit for stopping : 1e-005
lambda    : 1.15054e+007
resultant parameter values
a          = 8.46613
b          = -0.00946502
```

After 9 iterations the fit converged.
 final sum of squares of residuals : 0.243297
 rel. change during last iteration : -1.48305e-015

degrees of freedom (ndf) : 13
 rms of residuals (stdfit) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.136803
 variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.0187151

Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
a = 8.46613	+/- 0.06864 (0.8107%)
b = -0.00946502	+/- 0.0002112 (2.232%)

correlation matrix of the fit parameters:

	a	b
a	1.000	
b	-0.622	1.000

B: a conclusione vengono riportati i valori finali dei parametri liberi con l'errore stimato (percentuale)

WSSR: Media pesata del quadrato degli scarti (χ^2)

delta(WSSR)/WSSR variazione percentuale del WSSR all'ultima iterazione, se minore di: *limit for stopping* (1e-005) il fit e' giunto a convergenza.

ndf: gradi di liberta' (N-n_p)

La matrice di correlazione indica un grado di correlazione negativa moderato tra i parametri.

Il valore del χ^2 ridotto e' molto piccolo, dovuto al fatto di non aver considerato l'errore sperimentale.

Alcuni parametri possono esser mantenuti fissi. Il comando:

> **fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2:3 via b**

esegue il fit facendo variare solo il parametro b e mantenendo **a=8.5**

Nel fare il fit posso “pesare” opportunamente i dati. Ogni dato viene pesato per l’inverso dell’errore. In questo caso il comando per effettuare il fit e’:

➤ **fit f(x) ‘datafile’ u 1:2:# via a,b**

dove # puo’ essere:

- 1) un numero, in questo caso indica una colonna del file di dati
- 2) unnumero tra parentesi (3), in questo caso indica una costante
- 3) una funzione dei dati in una colonna: (\$2*0.01), in tal caso, ad esempio, indica un errore dell’1% sui dati.

```
Iteration 5
WSSR      : 6.36059      delta(WSSR)/WSSR : -1.45274e-007
delta(WSSR) : -9.24029e-007  limit for stopping : 1e-005
lambda    : 0.00730073
```

resultant parameter values

a = 8.5051

b = -0.00962054

After 5 iterations the fit converged.

final sum of squares of residuals : 6.36059

rel. change during last iteration : -1.45274e-007

degrees of freedom (ndf) : 13

rms of residuals (stdfit) = sqrt(WSSR/ndf) : 0.699483

variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.489276

Final set of parameters Asymptotic Standard Error

=====

a = 8.5051 +/- 0.04087 (0.4805%)

b = -0.00962054 +/- 0.0002186 (2.272%)

correlation matrix of the fit parameters:

	a	b
a	1.000	
b	-0.592	1.000

> f(x) = a*exp(b*x)

> a=8.5

> b=0.009

> fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2:3 via a,b

Il fit effettuato tenendo conto dell’errore sperimentale, consente una migliore stima del χ^2 ridotto che assume valori piu’ ragionevoli.

```

Iteration 8
WSSR      : 6.9458      delta(WSSR)/WSSR : -4.20004e-008
delta(WSSR) : -2.91727e-007  limit for stopping : 1e-005
lambda    : 0.000381603

```

resultant parameter values

```
b          = -0.00976513
```

```

After 8 iterations the fit converged.
final sum of squares of residuals : 6.9458
rel. change during last iteration : -4.20004e-008

```

```

degrees of freedom (ndf) : 14
rms of residuals      (stdfit) = sqrt(WSSR/ndf)      : 0.704364
variance of residuals (reduced chisquare) = WSSR/ndf : 0.496129

```

Final set of parameters	Asymptotic Standard Error
b	= -0.00976513 +/- 0.0001785 (1.828%)

```

f(x) = a*exp(b*x)
a = 8.55
b = 0.008
fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2:3 via b

```

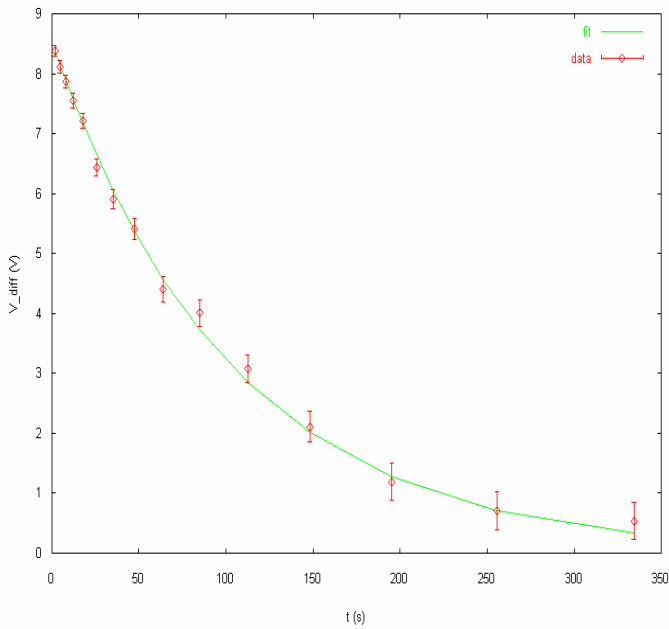
Per visualizzare il risultato di un fit si puo' usare il seguente comando:

```
> pl 'dataRC.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2," u 1:2:3 title 'data' w ye 1
```

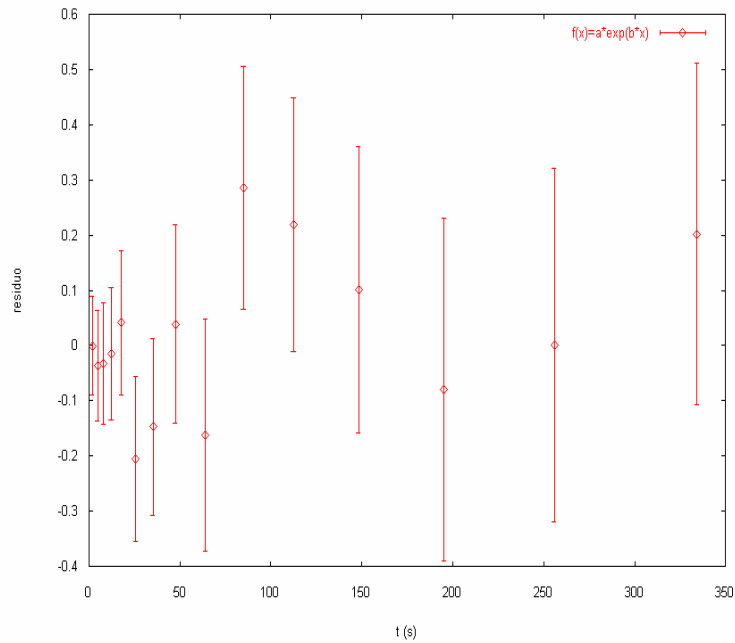
grafica il file dataRC, usando la colonna 1 (**u 1**) e la funzione $f(x)$ calcolata sui punti in colonna 1 del file, li grafica come linea continua in verde (**w l 2**). **title 'fit'** permette di mettere una caption opportuna nella figura. La seconda parte del comando: **" u 1:2:3 title 'data' w e 1** permette di graficare lo stesso file di dati (") usando le colonne 1, 2 e 3 come x, y, ed errore su y rispettivamente.

Per controllare la bonta' di un fit ed eventualmente mettere in evidenza effetti sistematici e' utile visualizzare il residuo: $Y_i - \text{fit}$:

```
> pl 'dataRC.dat' u 1:($2 - f($1)) title 'fit' w l 2
```



```
>set ylabel 'V_diff (V)'
>set xlabel 't (s)'
>f(x) = a*exp(b*x)
>a = 8.55
>b = 0.008
>fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2:3 via b
>pl 'dataRC.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2,\
'dataRC.dat' u 1:2:3 title 'data' w ye 1
```



```
set ylabel 'residuo'
set xlabel 't (s)'
f(x) = a*exp(b*x)
a = 8.55
b = 0.008
fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2:3 via b
pl 'dataRC.dat' u 1:($2 - f($1)):3 title 'f(x)=..' w ye
```

Prova Pratica 0

Dato il circuito descritto in figura costituito da un generatore di tensione V_o e resistenza interna R_o . Tra i terminali A e B del generatore e' inserita una resistenza di carico R . L'intensita' di corrente che passa nella resistenza R e' data dalla formula:

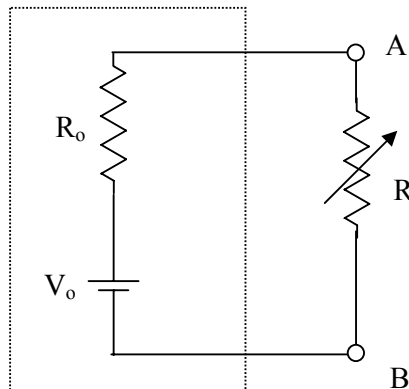
$$1) \quad I_R = V_o / (R + R_o) \quad (\text{A})$$

mentre la caduta di tensione ai capi di R e':

$$2) \quad V_R = V_o R / (R + R_o) \quad (\text{V})$$

Sapendo che la potenza dissipata nella resistenza di carico R e' il prodotto:

$$3) \quad W_R = I_R V_R \quad (\text{W})$$



Si hanno a disposizione una serie di misure di V_R e I_R ottenute per valori di R compresi tra 1Ω e $0.1 \text{ M}\Omega$. Si assumano gli errori di misura su V_R e $I_R \sim 2\%$

#R (Ω)	I_{exp} (A)	V_{exp} (V)	#R(Ω)	I_{exp} (A)	V_{exp} (V)
1.000000	.007618580	0.007567	1181.882	.004263674	5.061481
2.200000	.007480067	0.017013	1419.258	.004039200	5.835029
3.640000	.007548763	0.027890	1704.109	.003606070	6.501844
5.368000	.007375747	0.039249	2045.931	.003431835	6.867812
7.441600	.007541081	0.054178	2456.118	.003153391	7.679805
9.929920	.007526193	0.073565	2948.341	.002729611	7.790706
12.91590	.007272166	0.094452	3539.009	.002394645	8.333325
16.49908	.007642715	0.126996	4247.811	.002145366	9.150887
20.79890	.007647220	0.155995	5098.374	.001840100	9.224195
25.95868	.007234576	0.194121	6119.048	.001669739	10.14040
32.15042	.007128022	0.246434	7343.858	.001402737	10.11445
39.58050	.007217837	0.286236	8813.630	.001174025	10.72391
48.49660	.007140353	0.362287	10577.36	.000997012	10.98156
59.19592	.007143321	0.437146	12693.83	.000859430	10.75543
72.03511	.007259498	0.511917	15233.59	.000741321	11.54585
87.44213	.007209202	0.626123	18281.31	.000643209	11.69835
105.9306	.007043836	0.773958	21938.57	.000546494	11.16579
128.1167	.006963588	0.928441	26327.29	.000458381	11.40619
154.7400	.007166085	1.056216	31593.74	.000377257	12.30359
186.6880	.006538205	1.279928	37913.49	.000325051	12.00446
225.0256	.006908655	1.517564	45497.19	.000259538	12.34873
271.0307	.006312663	1.762399	54597.63	.000228307	12.43663
326.2369	.006386634	2.003320	65518.16	.000183708	11.92746
392.4842	.006052465	2.414665	78622.79	.000160607	12.38173
471.9811	.005679379	2.699239	94348.34	.000134301	12.39378
567.3773	.005588073	3.169464	1181.882	.004263674	5.061481
681.8528	.005167714	3.552876			
819.2233	.005080406	3.978249			
984.0680	.004608334	4.719418			

- 1) Riconoscere che la funzione W_R ha un massimo per $R=R_o$
- 2) Assumendo che $V_o \sim 10 \text{ V}$ e $R_o \sim 2 \text{ k}\Omega$ scegliere in modo opportuno un numero ragionevole di punti sperimentali tra quelli riportati in tabella indicandone le motivazioni.
- 3) Riportare la potenza (W_R) calcolata in base ai dati sperimentali su un grafico in scala semilogaritmica. *(a mano su carta millimetrata in scala semilog)*
- 4) Riconoscere che la funzione $g(R) = (R/W_R)^{1/2}$ è una retta cui coefficiente angolare è $m=1/V_o$ e la cui intercetta è: $m = R_o/V_o$. Ricavare quindi V_o e R_o graficamente, usando le rette di massima e minima pendenza. *(a mano su carta millimetrata)*
- 5) Ricavare V_o e R_o dal fit dei dati sperimentali utilizzando la 3)
- 6) Commentare i risultati ottenuti e, in particolare, i risultati ottenuti dal fit

Indicare e motivare in modo chiaro:

- i valori delle grandezze sperimentali e delle grandezze ricavate con i relativi errori
- le procedure adottate per il calcolo degli errori

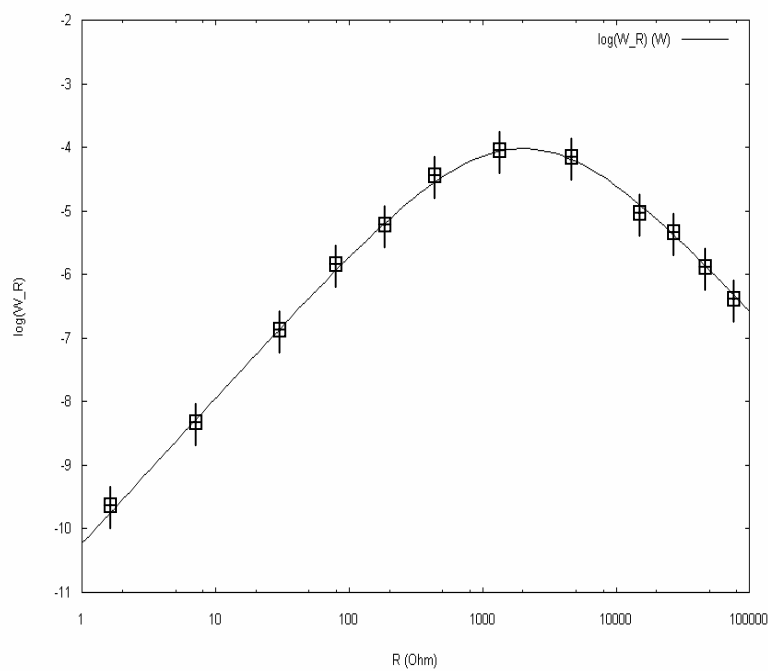


Grafico in scala semilog. dei dati sperimentali

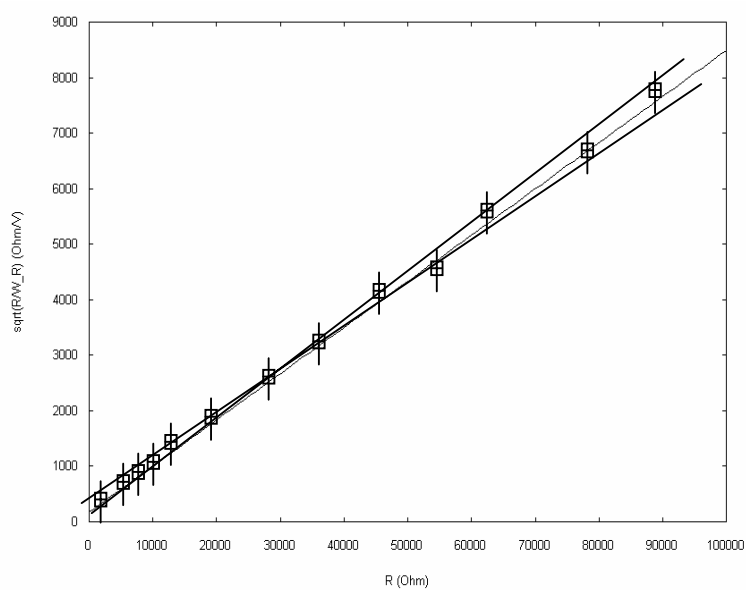


Grafico dei valori sperimentali:
 $(R/W_{\text{exp}})^{1/2}$ e rette di massima e minima pendenza

Per me:

;

$V_0 = 12.5$

$R_0 = 1653.5$

l'errore su $V \sim 2\%$ l'errore su $I \sim 2\%$

quindi l'errore su W e' la somma in quadratura degli errori e cosi' viene χ^2 1 altrimenti viene un po troppo piccolo

=====

```
set ylabel 'V_diff (V)'
```

```
set xlabel 't (s)'
```

```
f(x) = a*exp(b*x)
```

```
a = 8.55
```

```
b = 0.008
```

```
fit f(x) 'dataRC.dat' u 1:2:3 via b
```

```
pl 'dataRC.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2, 'dataRC.dat' u 1:2:3 title 'data' w ye 1
```

```
pause -1
```

```
set ylabel 'residuo'
```

```
set xlabel 't (s)'
```

```
pl 'dataRC.dat' u 1:($2 - f($1)):3 title 'residual' w ye
```

```
set nolog
```

```
set ylabel 'W_r (W)'
```

```
set xlabel 'R (Ohm)'
```

```
pl 'potenza.dat' u 1:($2*$3) w l
```

```
pause -1
```

```
set logscale x
```

```
pl 'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.02) title 'W=I*V (W)' w ye
```

```
pause -1
```

```
f(x) = ((a/(b+x))**2)*x
```

```
a = 12
```

```
b = 1500
```

```
fit f(x) 'potenza.dat' u 1:($2*$3) via a,b
```

```
pl 'potenza.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2,\
```

```
'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.02) title 'data' w ye 1
```

```
pause -1 'fit senza errore, 2 parametri'
```

```
f(x) = ((a/(b+x))**2)*x
```

```
a = 12
```

```
b = 1500
```

```
fit f(x) 'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.02) via a,b
```

```
pl 'potenza.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2,\
```

```
'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.02) title 'data' w ye 1
```

```
pause -1 'fit con errore, 2 parametri'
```

```

f(x) = ((a/(b+x))**2)*x
a = 12.5
b = 1500
fit f(x) 'potenza.dat' u 1:($2*$3) via b
pl 'potenza.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2,\
'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.02) title 'data' w ye 1
pause -1 'fit senza errore, 1 parametro'

f(x) = ((a/(b+x))**2)*x
a = 12.5
b = 1500
fit f(x) 'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.03) via b
pl 'potenza.dat' u 1:(f($1)) title 'fit' w l 2,\
'potenza.dat' u 1:($2*$3):(($2*$3)*.02) title 'data' w ye 1
pause -1 'fit con errore, 1 parametro'
pl 'potenza.dat' u 1:($2*$3-f($1)) title 'fit' w l 2,\
'potenza.dat' u 1:($2*$3-f($1)):(($2*$3)*.02) title 'data' w ye 1
#
# NB notare l'effeto dell'errore sul valore del CHI^2:
# l'errore 0.02*sqrt(2)
#

```