Corso Integrato di Statistica Informatica e Analisi dei dati Informatica - 4b

Dr Carlo Meneghini

Dip. di Fisica "E. Amaldi"
via della Vasca Navale 84
meneghini@fis.uniroma3.it
st. - 83 -

tel.: 06 55177217

Home page

<http://www.fis.uniroma3.it/~meneghini>

Codificare quantità, suoni e caratteri

C. Meneghini - C.I.-Informatica

1

Sistemi di numerazione posizionale

Ingredienti:

- insieme di simboli (cifre) C_i
- base B = numero di simboli

C_i = cifre: valori interi progressivi

Cifra più significativa $\swarrow$
 $C_n \dots C_2 C_1 C_0$
 $\searrow$ Cifra meno significativa

$$C_n \cdot B^n + \dots + C_2 \cdot B^2 + C_1 \cdot B^1 + C_0 \cdot B^0 = \text{quantità}$$

Attenzione: C_n è il valore numerico della cifra n-esima

2

Il sistema Binario

E un sistema di numerazione posizionale
che utilizza 2 cifre: 0, 1

Base = 2

1 1 0 1 1 0 1^{bin}

$$1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 =$$

$$= 1 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 =$$

$$= 109^{\text{dec}}$$

C. Meneghini - C.I.-Informatica

3

Sistemi di numerazione per PC

B = 2: sistema binario (bin)

B = 10: sistema decimale (utenti umani)

B = 8: ottale (oct)

B = 16: esadecimale (HEX)

Dec	Binario	ottale	HEX
0	0 0000	0	0
1	0 0001	1	1
2	0 0010	2	2
3	0 0011	3	3
4	0 0100	4	4
5	0 0101	5	5
6	0 0110	6	6
7	0 0111	7	7
8	0 1000	10	8
9	0 1001	11	9
10	0 1010	12	A
15	0 1111	17	F
16	0 1001 0000	20	10
255	0 1111 1111	377	FF
256	1 0000 0000	400	100

C. Meneghini - C.I.-Informatica

4

Proprietà dei sistemi di numerazione posizionale

- in base B un 1 seguito da $n-0$ rappresenta B^N

es.: $N=3$

binario ($B=2$): $1000 = 2^3 = 8$

Hex ($B=16$): $1000 = 16^3 = 4096$

- con N cifre posso rappresentare B^N valori diversi,
compreso lo 0 e quindi contare fino a B^N-1

es.: $N=3$

binario: $111^{\text{bin}} = 2^3 - 1 = 7$

decimale $999^{\text{dec}} = 10^3 - 1 = 999$

Hex: $FFF^{\text{hex}} = 16^3 - 1 = 4095$

5

Conversione decimale -> binario

Scrivere 81^{dec} in notazione binaria

1	2	5	10	20	40	81	N
1/2	2/2	5/2	10/2	20/2	40/2	81/2	base = 2
0	1	2	5	10	20	40	quoziente (N/B)
1	0	1	0	0	0	1	Resto

$$81^{\text{dec}} = 1010001^{\text{bin}}$$

Scrivere 55^{dec} in notazione binaria

1	3	6	13	27	55	N
1/2	3/2	6/2	13/2	27/2	55/2	base = 2
0	1	3	6	13	27	quoziente (N/B)
1	1	0	1	1	1	Resto

$$55^{\text{dec}} = 110111^{\text{bin}}$$

C. Meneghini - C.I.-Informatica

6

Conversione: decimale -> base B

1	10	81	N
0	1	10	quoziente (N/B)
1	2	1	Resto

Base = 8

$81_{dec} = 121_{oct}$

6	55	N
0	6	quoziente (N/B)
6	7	Resto

Base = 8

$55_{dec} = 67_{oct}$

C. Meneghini - C.I.-Informatica

7

Cambiamento di base: tabelle di conversione

Da bin a oct

Si convertono terzine di cifre binarie

001 000 110 101
1 0 6 5
0010 0011 0101^{bin} = 1065^{oct}

Da bin a hex

Si convertono quartine di cifre binarie

0010 0011 0101
2 3 5
0010 0011 0101^{bin} = 235^{hex}

bin	oct
000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

tabella di conversione bin/oct

	00	01	10	11
00	0	1	2	3
01	4	5	6	7
10	8	9	A	B
11	C	D	E	F

tabella di conversione bin/hex

C. Meneghini - C.I.-Informatica

bin	hex	bin	hex
0000	0	1000	8
0001	1	1001	9
0010	2	1010	A
0011	3	1011	B
0100	4	1100	C
0101	5	1101	D
0110	6	1110	E
0111	7	1111	F

tabella di conversione bin/hex

dec	15
bin	0000 0000 0000 1111
Hex	0 0 0 F

dec	3 855
bin	0000 1111 0000 1111
Hex	0 F 0 F

dec	3 850
bin	0000 1111 0000 1010
Hex	0 F 0 A

dec	44 800
bin	1010 1111 0000 0000
Hex	A F 0 0

C. Meneghini

click to start

Rappresentazione dei numeri interi relativi

Problema: come codificare il segno (numeri interi "relativi") senza aggiungere un simbolo (-) al codice binario?

rappresentazione in modulo e segno

rappresentazione in complemento a 2

rappresentazione in eccesso 2^{N-1}

C. Meneghini - C.I.-Informatica

10

Rappresentazione in modulo e segno

Il bit piú significativo (**MSB**) rappresenta il segno, i restanti N-1 bit rappresentano il valore assoluto del numero

segno:	1 = +	0 = -
MSB	1	0
valore assoluto	0	1
	0	1
	1	0
	1	1
	0	1
	1	0
	1	1
	0	1
	1	0
	1	1

45^{dec}

-45^{dec}

8 bit: codificano i numeri

da $-(2^7 - 1) = -127$ a $+(2^7 - 1) = 127$

In totale? = 255

11

Problemi

Efficienza:

$+0_{dec} = 0000\ 0000_{bin}$
 $-0_{dec} = 1000\ 0000_{bin}$

Lo zero è rappresentato con due diverse codifiche
posso codificare solo 255 valori anziché 256

calcolo

$x + (-x) \neq 0$

Non valgono le normali regole di somma

Decimale con segno

$7_{dec} +$
 $-7_{dec} =$
 -0_{dec}

Binario mod+sgn

$0000\ 0111_{bin} +$
 $1000\ 0111_{bin} =$
 $1000\ 1110_{bin} \rightarrow -14_{dec}$

C. Meneghini - C.I.-Informatica

12

Rappresentazione in complemento a 2

Il bit piú significativo (**MSB**) eguale a 1 indica un peso negativo (-1).
Gli altri bit hanno i pesi positivi che gli spettano in base alla posizione.

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline -1 \cdot 2^7 & + 1 \cdot 2^6 & + 0 \cdot 2^5 & + 1 \cdot 2^4 & + 0 \cdot 2^3 & + 0 \cdot 2^2 & + 1 \cdot 2^1 & + 1 \cdot 2^0 = \\ -128 & + 64 & + 0 & + 16 & + 0 & + 0 & + 2 & + 1 = -45^{dec} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1000\ 0000 = -128^{dec}; \\ 1111\ 1111 = -1^{dec} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 0000\ 0000 = 0^{dec}; \\ 0111\ 1111 = 127^{dec} \end{array}$$

Lo zero è rappresentato con una sola codifica

NOTA: Con N bit si possono rappresentare 2^N valori interi con segno da -2^{N-1} a $2^{N-1}-1$
Con 8 bit posso codificare 256 valori tra -128 e 127

13

Rappresentazione in complemento a 2

Il numero X si rappresenta con lo stesso codice binario del numero assoluto:

$$2^N - X$$

es.: -45^{dec} , utilizzando 8 bit si ottiene codificando il valore:

$$2^8 - 45 = 211^{dec} = 1101\ 0011^{bin}$$

Codifica: Esempio: -45

$$\begin{array}{cccccccc} 45^{dec} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \downarrow & \downarrow \\ \text{binario} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{complementare} & & & & & & & & \\ + & & & & & & & & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & -45^{dec} \end{array}$$

C. Meneghini - C.I.-Informatica

15

Codifica: Esempio: -40

$$\begin{array}{cccccccc} 40^{dec} & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \downarrow & \downarrow \\ \text{binario} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ \text{complementare} & & & & & & & & \\ + & & & & & & & & 1 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & & \text{riporti} \\ & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & -40^{dec} \end{array}$$

C. Meneghini - C.I.-Informatica

16

Proprietà della rappresentazione in complemento a 2

a) X e -X hanno codifiche molto diverse:

$$+45^{dec} = 0010\ 1101$$

$$-45^{dec} = 1101\ 0011$$

b) Per le somme algebriche valgono le stesse regole della somma binaria (trascurando il riporto sul bit piú significativo)

$$\begin{array}{l} \text{Riporto da trascurare} \quad X + (-X) = 0 \\ \begin{array}{r} 11111111 \\ 45^{dec} + \\ -45^{dec} = \\ -00^{dec} \\ \hline 0010\ 1101^{bin} + \\ 1101\ 0011^{bin} = \\ 0000\ 0000^{bin} \end{array} \end{array}$$

Riporti

17

⚠ Errori di calcolo: **overflow** ⚠

NOTA: Con N bit si possono rappresentare 2^N valori interi con Segno da -2^{N-1} a $2^{N-1}-1$

$$N = 7$$

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{l} 93^{dec} + \\ 35^{dec} = \\ 128^{dec} \end{array} & \begin{array}{l} 0101\ 1101^{bin} + \\ 0010\ 0011^{bin} = \\ 1000\ 0000^{bin} \end{array} & \begin{array}{l} -93^{dec} + \\ -75^{dec} = \\ -168^{dec} \end{array} & \begin{array}{l} 1010\ 0011^{bin} + \\ 1011\ 0101^{bin} = \\ 0101\ 1000^{bin} \end{array} \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \begin{array}{l} 128 > 2^7-1 \\ \text{!} \\ = -128^{dec} \end{array} & & \begin{array}{l} -168 < -2^7 \\ \text{!} \\ = -88^{dec} \end{array} \end{array}$$

Si ha un errore di **OVERFLOW** quando il numero di bit non è sufficiente alla rappresentazione del numero

Nota: effetto degli errori di overflow:

Non è sempre valida la proprietà associativa:
 $(A + B) + C = A + (B + C)$

esempio: usiamo una notazione a 8 bit con segno (complemento a 2)

siano: $A = 40, B = -99, C = 100: A + B + C = 50$

A = 0010 1000 ^{bin}	A+B	(A+B)+C
B = 1010 0110 ^{bin}	0010 1000 ^{bin} +	1100 1110 ^{bin} +
C = 0110 0100 ^{bin}	1010 0110 ^{bin} =	0110 0100 ^{bin} =
	1100 1110 ^{bin}	0011 0010 ^{bin}
	-128 + 64 + 8 + 4 + 2 =	32 + 16 + 2 = 50 ^{dec}
	-50 ^{dec}	

-128 64 32 16 8 4 2 1

19

Nota: effetto degli errori di overflow:

esempio: usiamo una notazione a 8 bit con segno (complemento a 2)

siano: $A = 40, B = -90, C = 100:$

$(A + B) + C \neq (A + C) + B$

A = 0010 1000 ^{bin}	A+C	
B = 1010 0110 ^{bin}	0010 1000 ^{bin} +	40 ^{dec} +
C = 0110 0100 ^{bin}	0110 0100 ^{bin} =	100 ^{dec} =
	1000 1100 ^{bin}	140 ^{dec}
	-128 + 8 + 4 = -116 ^{dec}	

-128 64 32 16 8 4 2 1

20

Rappresentazione in eccesso 2^{N-1}

$C_{N-1} \dots C_2 C_1 = C_n \cdot 2^{N-1} + \dots + C_2 \cdot 2 + C_1 \cdot 1 - 2^{N-1}$

Il valore di un numero binario a N bit in notazione in eccesso si ottiene calcolando il valore binario del numero e sottraendo il valore 2^{N-1}

0000 0000 = -128	Nota: Il bit più significativo è 0 per i numeri negativi (da -2^{N-1} a -1) 1 per i numeri positivi (da 0 a $2^{N-1}-1$)
0000 0001 = $2^0 - 2^7 = 1 - 128 = -127$	
0000 1000 = $2^3 - 2^7 = 16 - 128 = -112$	
0111 1111 = ... = $127 - 128 = -1$	
1111 1111 = ... = $255 - 128 = 127$	
1000 0000 = $2^7 - 2^7 = 0$	
1000 0001 = $2^7 + 1 - 2^7 = 1$	
1001 0000 = $2^7 + 2^3 - 2^7 = 16$	

La rappresentazione in eccesso si utilizza per la caratteristica nella rappresentazione dei numeri reali

Rappresentazione dei numeri frazionari virgola fissa

$\dots C_1 C_0, C_{-1} C_{-2} \dots$

$\dots C_1 \cdot B^1 + C_0 \cdot B^0, C_{-1} \cdot B^{-1} + C_{-2} \cdot B^{-2} \dots$

1101,0011

$1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^0, 0 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 1 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4}$

$8 + 4 + 1, 1/8 + 1/16$

$8 + 4 + 1, 0.125 + 0.0625$

13,1875^{dec}

22

Codifica binaria in virgola fissa

.09375	.1875	.325	.75	.5	0	N
						base
2						
0,1875	0,325	0,75	1,5	1		Prodotto
0	0	0	1	1		parte intera

.09375^{dec} = 0.00011^{bin}

0.2	0.4	0.8	0.6	0.2	0.4	0.8	N
							base
2							
0.4	0.8	1.6	1.2	0.4	0.8	1.6	Prodotto
0	0	1	1	0	0	1	parte intera

0.2^{dec} = 0.001100110011...^{bin} periodico in notazione binaria

Errori di Troncamento

$0.2^{dec} = 0,0011^{bin}$

Errore(%) = $\frac{V_{appross} - V_{esatto}}{V_{esatto}}$

.5			
.25			
.125			
.0625			
.03125	0.0011 ^{bin} = 0.1875 ^{dec}	4 bit	Errore ~ 7 %
.015625			
.0078125			
.00390625			
.001953125	0.0011 0011 ^{bin} = 0.19921875 ^{dec}	8 bit	Errore ~ 0.4 %
.0009765625			
.00048828125			
.000244140625			
.....	0.0011 0011 0011 ^{bin} = 0.199951171875 ^{dec}	12 bit	Errore ~ 0.02 %

C. Meneghini - C.I.-Informatica

Rappresentazione dei numeri frazionari: virgola mobile

Numeri grandi: 3 450 000 000 000 Numeri piccoli: 0.000 000 000 645

Problema: rappresentare numeri molto grandi o molto piccoli ottimizzando il numero di cifre da scrivere

Numeri grandi: 3 450 000 000 000 = $3.45 \cdot 10^{12}$
 Numeri piccoli: 0.000 000 000 645 = $6.45 \cdot 10^{-11}$

$$m \cdot B^n = m E n$$

mantissa esponente
 (Caratteristica)

Notazione scientifica

Numeri grandi: 3 450 000 000 000 = 3,45 E 12
 Numeri piccoli: 0.000 000 000 645 = 6,45 E -11

25

Mantissa Normalizzata

$$m \cdot B^n$$

- $0 \leq m < 1$
- la prima cifra della mantissa sempre diversa da 0

$$3\,450\,000^{\text{dec}} \Rightarrow 0.345 E 7^{\text{dec}} \quad 0.345 \cdot 10^7$$

se $m \neq 0$ si ha:
 $B^{-1} \leq m < 1$

$$101101^{\text{bin}} \Rightarrow 0,101101 \cdot 2^6^{\text{(bin)}}$$

$$0.0010011^{\text{bin}} \Rightarrow 0.10011 \cdot 2^{-2}^{\text{(bin)}}$$

Nota: In codice binario, nella notazione con mantissa normalizzata, la prima cifra dopo la virgola è sempre **1**

per il Computer è più efficiente sottintendere la prima cifra non nulla:

$$101101^{\text{bin}} \Rightarrow (1+0,01101) E 5^{\text{bin}}$$

$$(1+0,01101) \cdot 2^5^{\text{bin}}$$

Rappresentazione in virgola mobile numeri reali

C. Meneghini - C.I.-Informatica

27

1bit: segno 8 bit esponente con segno (eccesso 2⁷) 23 bit: parte frazionaria della mantissa 1,F

0100 0010 1011 0111 0100 0000 0000 0000

0 1000 0110 0110 1110 1000 0000 0000 0000

$128 + 2 + 4 - 128$ $1 + 0,0110 1110 1$

La prima cifra si sottintende perchè certa!!
 Vedi due diapositive prima!

$$1,011011101 \cdot 2^6$$

$$1011011,101$$

$$64 + 16 + 8 + 2 + 1 + 0.5 + 0.125 = 91.625$$

28

Codifica di numeri reali

Qualunque sia la codifica adottata, la rappresentazione dei numeri reali può essere approssimata

Numero	Es.: decimale			
	Rappresentazione			
1/3	0.33	0.33333	0.3333333333	0.33333333333333333333...
π	3.14	3.14159	3.1415926536	3.141592653589793238...
$2^{1/2}$	1.41	1.41421	1.4142135624	1.414213562373095048...
e	2.72	2.71828	2.7182818285	2.718281828459045235...
sin(10)	0.17	0.17365	0.1736481777	0.17364817766693034885

La mantissa ha una dimensione finita, ciò può comportare **errori di arrotondamento**

$$\text{Errore}(\%) = \frac{V_{\text{appr}} - V_{\text{esatto}}}{V_{\text{esatto}}}$$

35

Precisione: errori di troncamento

La precisione è determinata dal numero di cifre frazionarie che si possono rappresentare

π	err.(%)
3.14	$5 \cdot 10^{-4}$
3.141593	$1 \cdot 10^{-7}$
3.141592654	$1 \cdot 10^{-10}$
3.1415926535898	$2 \cdot 10^{-15}$
3.1415926535897932384626433832....	$3 \cdot 10^{-26}$...

8 bit esponente

23 bit: mantissa

-128 127

$2^{23} = 8\,388\,608^{\text{dec}}$

Il numero di bit dell'esponente determina l'intervallo dei numeri rappresentabili

Il numero di bit della mantissa determinano la precisione

C. Meneghini - Lab. Prog. e Calcolo

36

Problema: come rappresentare alfabeti estesi quali l'alfabeto Cirillico o gli ideogrammi cinesi? Come includere simboli speciali per la matematica, l'algebra, la fisica delle particelle, etc...?

UNICODE

Unicode assegna un numero univoco a ogni carattere, indipendentemente dalla piattaforma (S.O.), indipendentemente dall'applicazione, indipendentemente dalla lingua
www.unicode.org

UNICODE è un codice universale disponibile in tre formati:
32-bit (UTF-32): $2^{32} = 4294967296$ simboli;
16-bit (UTF-16): $2^{16} = 65536$ simboli;
8-bit (UTF-8) = 256 simboli, compatibile con il codice ASCII

ASCII/8859-1 Text

A	0100 0001
S	0101 0011
C	0100 0011
I	0100 1001
I	0100 1001
/	0010 1111
8	0011 1000
8	0011 1000
5	0011 0101
9	0011 1001
-	0010 1101
l	0011 0001
l	0010 0000
t	0111 0100
e	0110 0101
x	0111 1000
t	0111 0100

Unicode Text

A	0000 0000 0100 0001
S	0000 0000 0101 0011
C	0000 0000 0100 0011
I	0000 0000 0100 1001
I	0000 0000 0100 1001
/	0000 0000 0010 0000
天	0101 1001 0010 1001
地	0101 0111 0011 0000
س	0000 0000 0010 0000
س	0000 0110 0011 0011
ل	0000 0110 0100 0100
ا	0000 0110 0010 0111
ا	0000 0110 0100 0101
α	0000 0000 0010 0000
α	0000 0011 1011 0001
₤	0010 0010 0111 0000
γ	0000 0011 1011 0011

from: www.unicode.org/versions/Unicode4.1.0

C. Meneghini - C.I.-Informatica

44

Come trovare i caratteri sul PC

U+0174 ® battuta alt+0174
U+007E ~ battuta alt+0126
U+00E9 é battuta alt+0233

C. Meneghini - C.I.-Informatica

45

Codifica dei suoni: audio digitale

ermatica

46

Caratteristiche dei suoni

- Intensità: dipende dall'ampiezza
- Altezza: determinata dalla frequenza

- Timbro: qualità del suono

47

Audio digitale

C. Meneghini - C

Codifica delle immagini: RGB

Luce visibile: regione dello spettro elettromagnetico compresa tra 400 e 700 nm

Sintesi additiva dei colori RGB

Hue
Saturation
Lightness

187.017.215 dec.

1011 1011.0001 0001 . 1101 0111 bin.

BB . 11 . D7 hex.

HSL RGB

codice: 3 byte = 24 bit = $2^{24} = 16\,777\,216$ colori

RGB

HSL, HSB, HSV ... sono sinonimi

Hue Saturation Value
tonalità, saturazione e luminosità

La tonalità H viene misurata da un angolo intorno all'asse verticale, con il rosso a 0 gradi, il verde a 120 e il blu a 240. L'altezza del cono rappresenta la luminosità (V) con lo zero che rappresenta il nero e l'uno il bianco. La saturazione (S) invece va da zero, sull'asse del cono, a uno sulla superficie del cono.