

Laboratorio di informatica

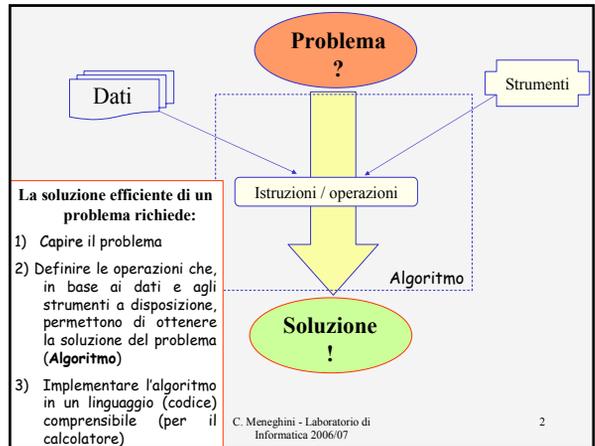
Dr Carlo Meneghini

Dip. di Fisica "E. Amaldi"
via della Vasca Navale 84
meneghini@fis.uniroma3.it
st. - 83 -
tel.: 06 55177217

V. Algoritmi

C. Meneghini - Laboratorio di
Informatica 2006/07

1



2

La soluzione efficiente di un problema richiede:

- 1) Capire il problema
- 2) Definire una serie di operazioni che, in base ai dati e agli strumenti a disposizione, permettono di ottenere la soluzione del problema (Algoritmo)
- 3) Implementare l'algoritmo in un linguaggio (codice) comprensibile (per il calcolatore)

ALGORITMO

Abū Ga'far Muhammad ben Mūsā al-Khwārizmī

Matematico arabo 780-840

Matematica: Procedimento sistematico di calcolo

Logica matematica: procedimento meccanico che permette la risoluzione di problemi mediante un numero finito di passi

Informatica: serie di operazioni logiche e algebriche, espresse in linguaggio comprensibile all'elaboratore, la cui sequenza costituisce un programma.

(Diz. Garzanti)

Una sequenza finita di operazioni elementari che, a partire da un insieme di dati iniziali, portano alla soluzione di un problema in un tempo finito

3



4

Caratteristiche di un algoritmo

- 1) Deve contenere un numero finito di passi in cui sono indicate tutte le singole operazioni elementari da eseguire
- 2) I risultati non devono dipendere da chi (o quale macchina) lo esegue (deterministico).
- 3) Le istruzioni devono prevedere tutte le possibili alternative e non devono dar luogo a confusione (sistematico).
- 4) Deve ottimizzare l'impiego di risorse e il numero di operazioni (efficienza)
- 5) Deve essere compatibile con le risorse a disposizione (realizzabile)

C. Meneghini - Laboratorio di
Informatica 2006/07

5

La soluzione efficiente di un problema richiede:

- 1) Capire il problema
- 2) Definire una serie di operazioni che, in base ai dati e agli strumenti a disposizione, permettono di ottenere la soluzione del problema (Algoritmo)
- 3) Implementare l'algoritmo in un linguaggio (codice) comprensibile (per il calcolatore)

Programma

Un programma è un insieme di istruzioni scritte in un "codice" comprensibile dall'esecutore (es. elaboratore elettronico).

Un programma implementa un algoritmo per risolvere un problema.

C. Meneghini - Laboratorio di
Informatica 2006/07

6

Progettazione di un algoritmo

Individuato il problema

- 1) Stabilire quali soluzioni devono essere fornite e in che forma (I/O)
- 2) Identificare quali sono i **dati** da inserire, quali le **costanti**, quali i dati ottenuti come **risultato**
- 3) Progettare l'algoritmo con **poche istruzioni di alto livello** da specificare in seguito in forma di procedure (pseudocodifica)
- 4) Definire un **diagramma di flusso**
- 5) Tradurre l'algoritmo in un linguaggio di progettazione specifico.

Ogni procedura (routine, modulo, sottoprocesso) viene a sua volta descritta mediante un algoritmo

Nota: questo è un algoritmo!!!

Pseudocodifica: linguaggio di alto livello, più vicino al linguaggio comune ma, a volte, meno preciso e più ambiguo

Problema: raggiungere l'università

- 1) Prendi la metro
Scendi a S. Paolo
Vai fino a V.le Marconi
Vai verso l'EUR
Dopo due isolati trovi il dipartimento di Biologia
- 2) Prendi la metro **A** in direzione Battistini
A Termini cambia linea e prendi la metro B in direzione Laurentina
Scendi a S. Paolo
Vai fino a V.le Marconi
Gira a sinistra (in direzione EUR)
Dopo due isolati trovi il dipartimento in un palazzo nuovo.

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

8

Il grado di dettaglio nella specifica delle operazioni dipende dall'ascoltatore

- 3) Compra il biglietto della metro (BIT, 1 Euro)
Timbra il biglietto
Prendi la metro A in direzione Battistini
A Termini scendi
Segui le indicazioni per la linea B
Prendi la metro B in direzione Laurentina
Scendi a S. Paolo
Scendi le scale
Prendi il viale fino a V.le Marconi ...

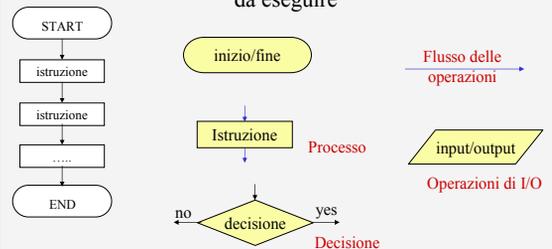
- Gira a destra
- Vai Dritto
- Sali le scale
- Prendi il corridoio di sinistra

Procedura
Sub-Routine
Funzione

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

Rappresentazione degli algoritmi

Diagrammi di flusso: elementi grafici che indicano l'ordine delle operazioni elementari da eseguire



C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

10

Problema: determinare la superficie di un rettangolo in cm²

Dati: Base (a), Altezza (h)

Risultato: superficie (S)

- 1) Inserisci la misura della base: **b**
- 2) Inserisci la misura dell'altezza: **h**
- 3) Moltiplica **a** per **b**
- 4) scrivi il risultato

fine

Individuato il problema

- 1) Stabilire quali soluzioni devono essere fornite e in che forma
- 2) Identificare quali sono i dati da inserire, quali le costanti, quali i dati ottenuti come risultato
- 3) Progettare l'algoritmo con poche istruzioni di alto livello da specificare in seguito in forma di procedure (pseudocodifica)
- 4) Definire un diagramma di flusso
- 5) Tradurre l'algoritmo in un linguaggio di progettazione specifico

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

Problema: determinare la superficie di un rettangolo in cm²

Dati: Base (a) in cm, Altezza (h) in cm

Risultato: superficie (S) in cm²

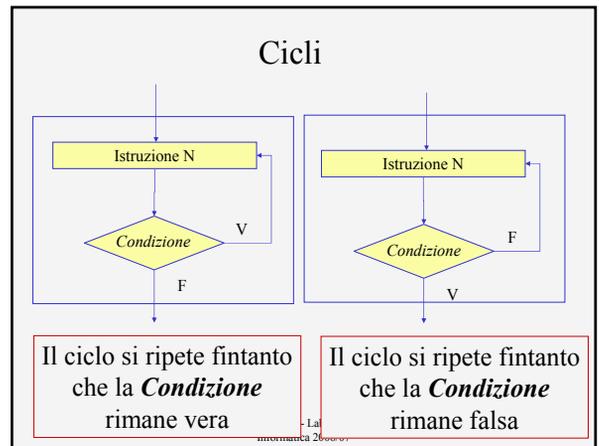
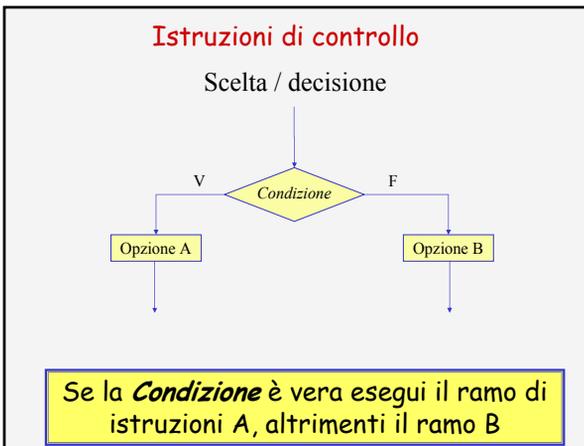
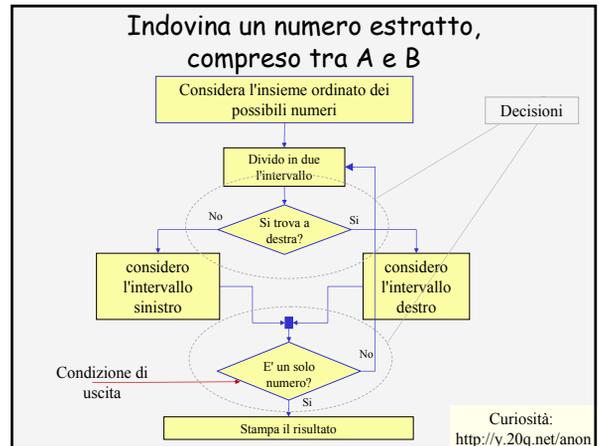
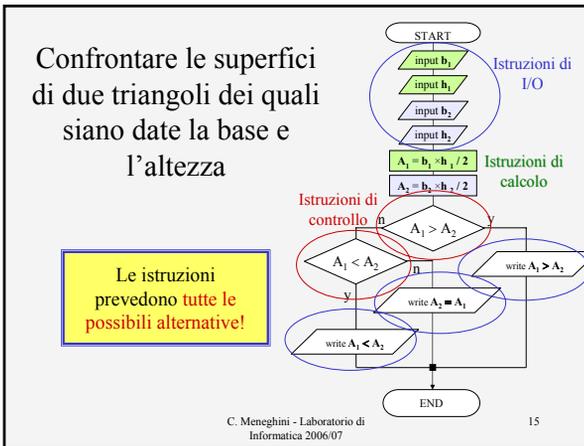
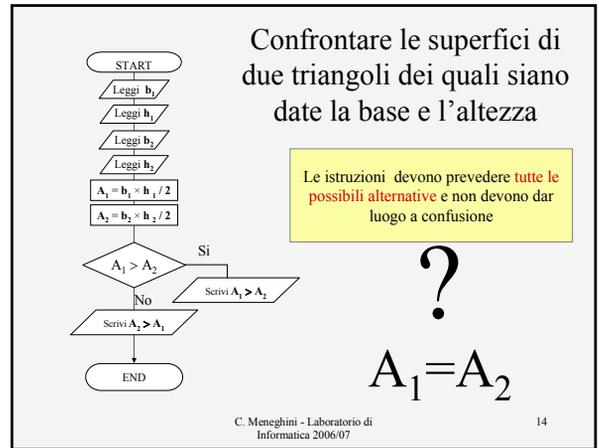
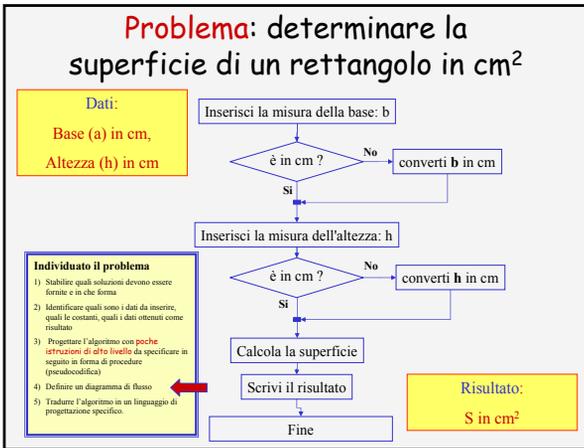
- 1) Inserisci la misura della base in cm: **b**
- 2) Inserisci la misura dell'altezza in cm: **h**
- 3) Moltiplica **a** per **b**
- 4) scrivi il risultato

fine

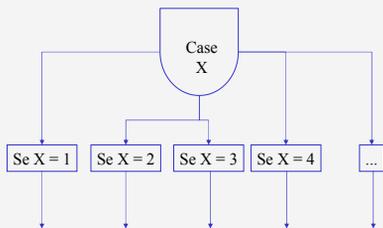
Individuato il problema

- 1) Stabilire quali soluzioni devono essere fornite e in che forma
- 2) Identificare quali sono i dati da inserire, quali le costanti, quali i dati ottenuti come risultato
- 3) Progettare l'algoritmo con poche istruzioni di alto livello da specificare in seguito in forma di procedure (pseudocodifica)
- 4) Definire un diagramma di flusso
- 5) Tradurre l'algoritmo in un linguaggio di progettazione specifico

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07



Scelta multipla

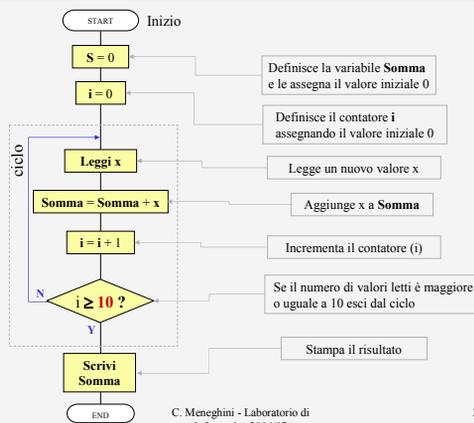
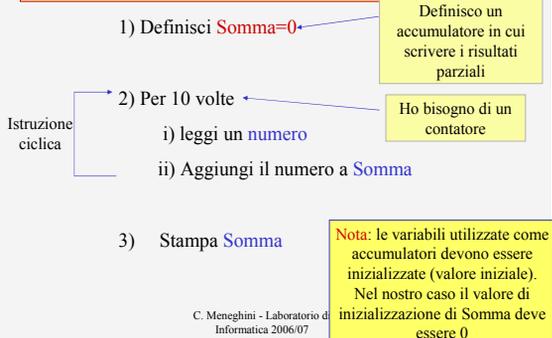


Problema calcolare la somma 10 valori interi

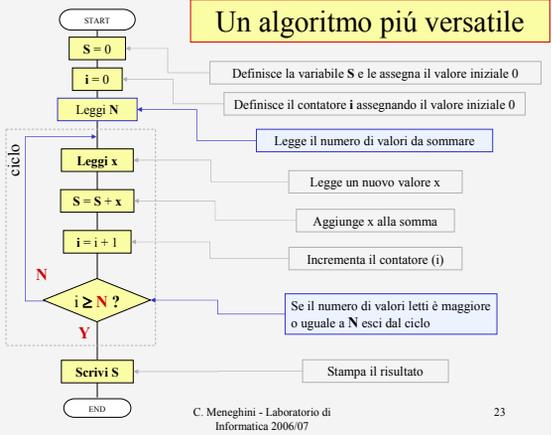
- 1) Leggi 10 numeri
- 2) Somma il secondo al primo
- 3) Somma il terzo alla somma dei primi due
- 4) Somma il quarto alla somma dei primi tre
- 5) Somma il quinto alla somma
- n) Stampa la somma

Pseudocodifica: linguaggio di alto livello, più vicino al linguaggio comune ma, a volte, meno preciso e più ambiguo

Un algoritmo (pseudocodifica) più sintetico

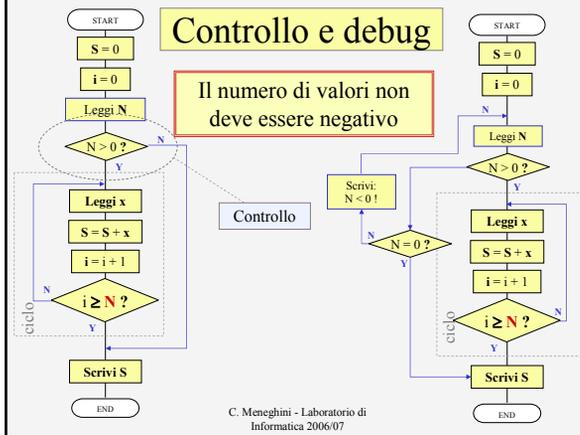


Un algoritmo più versatile



Controllo e debug

Il numero di valori non deve essere negativo



Controllo

1	i=0, S=0		
2		Leggi N	N = 2
3		N > 0	
4		leggi X	X ₁ = 1.5
5	i=0, S=0	S = S+X	S = 1.5
6	i=0, S=1.5	i = i + 1	i = 1
7	i < 2	i ≥ 2	No
8		Leggi X	X ₂ = 2.5
9	i=1, S=1.5	S = S+X	S = 4.0
10	i=1, S= 4.0	i = i + 1	i = 2
11	i = 2	i ≥ 2	Si
12		S = 4.0	
			Fine

Test

N = 2
 X₁ = 1.5
 X₂ = 2.5
 X₁ + X₂ = 4

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07 25

Controllo

1	i=0, S=0		
2		Leggi N	N = -2
3		N > 0	No
4		N = 0	No
5		Errore	
6		Leggi N	
7		

Test

N = -2
 X₁ = 1.5
 X₂ = 2.5
 X₁ + X₂ = 4

Cosa succede sostituendo la condizione:
 i ≥ N ?
 con la condizione
 I > N ?

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07 26

Esercizio

Problema: calcolare Xⁿ con n ≥ 0 utilizzando solo moltiplicazioni

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07 27

Calcolare Xⁿ

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07 28

Esercizi

Definire un algoritmo per determinare il numero di ricorrenze della stringa AGT in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

Definire un algoritmo per determinare il numero di volte in cui A precede T in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

Definire un algoritmo per stabilire il numero di volte in cui A e T sono separate da G in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

Definire un algoritmo per confrontare la densità di simboli A, G, T e C in due stringhe di diversa lunghezza composte da simboli AGTC

Definire un algoritmo in grado di stabilire se le parentesi di un'espressione algebrica sono bilanciate.

Definire un algoritmo che, utilizzando solo sottrazioni, permetta di calcolare quoziente e resto nella divisione tra numeri interi

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07 29

Gioco

Problema: una delle tre palline ha un peso diverso (non so se maggiore o minore) dalle altre. Avendo a disposizione una bilancia a due bracci

(A) (B) (C)

Determinare un algoritmo che permetta di stabilire quale è la pallina diversa effettuando un numero minimo di pesate

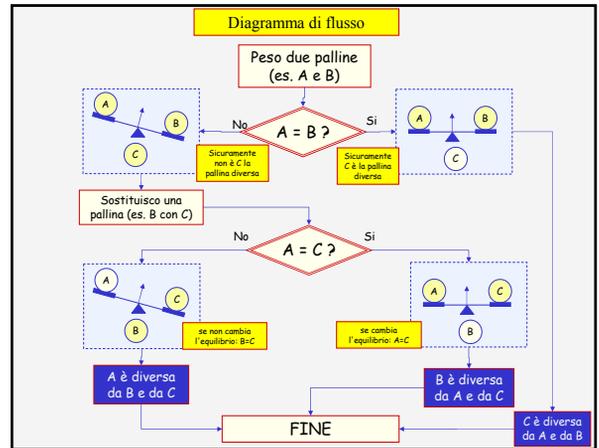
C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07 30

(A) (B) (C)

- **pesa⁽¹⁾** due palline
- se A = B allora è C, **Fine**
- altrimenti C fa parte del gruppo di palline identiche
- **pesa⁽²⁾** A e C
- se A = C allora è B **Fine**
- altrimenti è A
- **Fine**

Il numero minimo di pesate è 2

31



Esercizio

Cosa cambia se so che la pallina diversa è più pesante?

(A) (B) (C)

Il numero di pesate necessario è 1, infatti una singola pesata mi da tre alternative, ognuna delle quali, noto il segno della differenza di peso, mi permette di individuare la pallina diversa

Nota: sapere il segno della differenza di peso rappresenta un'informazione!

33

Esercizio

Come distinguere una pallina diversa (non so se maggiore o minore) tra 9 palline effettuando **tre** sole pesate?

(A) (B) (I)

"... i matematici teorici consideravano un problema risolto se esisteva un metodo conosciuto, o algoritmo, per risolverlo; il procedimento di esecuzione dell'algoritmo era di importanza secondaria. Tuttavia, c'è una grande differenza tra il sapere che è possibile fare qualcosa e il farlo. (...)" (Enrico Bombieri, medaglia fields per la matematica 1974)

34

Esercizio: Media

Calcolare la media di N valori

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

- 1) Definisci Media = 0
- 2) Leggi il numero di valori N
 - i) leggi un valore X
 - ii) Aggiungi il X a Media
- 3) dividi Media per N
- 4) stampa Media

35

Sottoprocessi

Calcolare la media di N numeri

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i$$

Valori da restituire al programma principale

- 1) Somma N valori
- 2) dividi Somma per N
- 3) Stampa Somma / N

35

Sottoprocessi (funzioni, subroutines, procedure, moduli, etc...)

Un problema complesso può essere scomposto in sotto-problemi più semplici. La scomposizione prosegue fino a descrivere la soluzione mediante istruzioni elementari. (**top-down**)

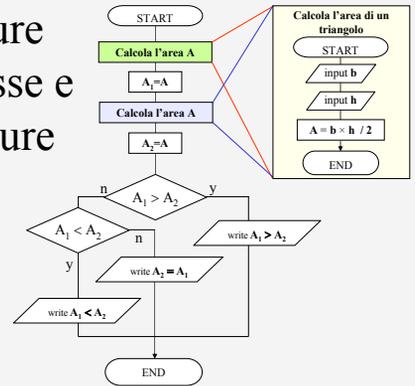
La descrizione dell'algoritmo diventa via via più specifica man mano che si approfondisce la scomposizione.

Vantaggi:

- i sotto-problemi possono essere risolti separatamente
- la lettura è semplificata e gli errori sono facilmente localizzabili (debug)
- gli stessi "moduli" possono essere riutilizzati per programmi diversi (librerie)
- i diversi moduli possono essere progettati e realizzati da persone diverse

Programmazione strutturata

Strutture complesse e procedure



C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

38

Esercizi 0

Il termine n -esimo f_n della serie di Fibonacci è definito in modo ricorsivo: dati f_0 e f_1 , per $n > 1$ si ha: $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$.

Scrivere l'algoritmo per calcolare i primi N termini della serie di Fibonacci a partire da: $f_0 = 0$ e $f_1 = 1$

Scrivere un algoritmo tale che, dati tre valori positivi in ingresso:

- 1) verifichi che questi possano essere considerati i lati di un triangolo (in un triangolo un lato è sempre minore della somma degli altri 2)
- 2) determini se il triangolo è scaleno, isoscele o equilatero.

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

39

Esercizi I

- Scrivere un'algoritmo (pseudocodice) per determinare il massimo tra 5 valori dati e descrivere il diagramma di flusso

- Scrivere l'algoritmo (pseudocodice) per calcolare la media (\bar{X}) la varianza (σ^2) e la deviazione standard (σ) per un insieme di valori $X_1 \dots X_N$.

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad \sigma^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2$$

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

40

Esercizi III

Data una funzione incognita $f(x)$ definita e continua tra x_{\min} e x_{\max} , tale che $f(x_{\min}) * f(x_{\max}) < 0$, stabilire un procedimento in grado di determinare l'intersezione con l'asse delle x (i.e.: $f(x_c) = 0$) con accuratezza opportuna.



C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

41

Esercizio 4

Determinare un algoritmo per calcolare il massimo comun divisore tra due numeri interi positivi.

Confrontare il proprio algoritmo con l'algoritmo di Euclide (cercare su Internet!)

Proprietà 1

Se A e B ($A > B$) sono divisibili per C allora anche la differenza $A - B$ è divisibile per C

Proprietà 2

Se A e B ($A > B$) sono divisibili per C allora anche il resto del rapporto A/B è divisibile per C

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

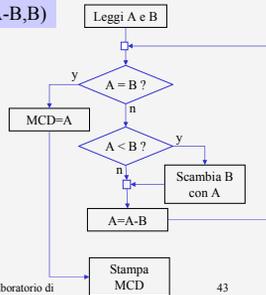
42

Proprietà 1

Dimostrazione: sia $A > B$. Se A e B sono divisibili per C allora $A=nC$ e $B=mC$, quindi:
 $D = A - B = nC - mC = (n-m)C = kC$

$MCD(A,B) = MCD(A-B,B)$

Leggi A e B
 #1 Se $A=B$ allora
 $MCD=A$
 vai a #2
 Se $A < B$ scambia B con A
 $A=A-B$
 vai a #1
 #2 stampa MCD
 fine

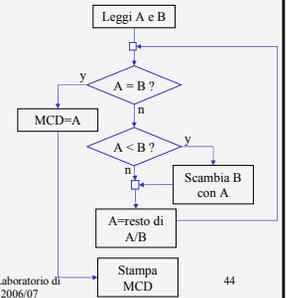


Proprietà 2

Dimostrazione: A e B sono divisibili per C quindi $A = nC$ e $B = mC$. Se R è il resto della divisione A/B si ha: $A = kB + R$ e quindi:
 $nC = kmC + R$

Da cui: $R = C(n - km) = hC$

Leggi A e B
 #1 Se $A=B$ allora
 $MCD=A$
 vai a #2
 Se $A < B$ scambia B con A
 $A = \text{resto di } A/B$
 vai a #1
 #2 stampa MCD
 fine



Resto della divisione



$\text{Resto} = 18 - \text{int}(18/12)$

Esercizi IV

Per scambiare il valore di due variabili A e B si utilizza, di solito, una variabile temporanea:

- 1) $C = A$ *mette il valore di A nella variabile temporanea C*
- 2) $A = B$ *assegna ad A il valore di B*
- 3) $B = C$ *assegna a B il valore di C*

es.: $A = 7, B = 5$

1) $C = A$	$C = 7$
2) $A = B$	$A = 5$
3) $B = C$	$B = 7$
$A = 5, B = 7$	

E' possibile scambiare il valore di due variabili **numeriche** senza utilizzare una variabile di appoggio?

Sì ! ... come?

Soluzione:

- 1) $A = A + B$
- 2) $B = A - B$
- 3) $A = A - B$

es.: $A = 7, B = 5$

1) $A = A + B$	$A = 7 + 5 = 12$	$B = 5$
2) $B = A - B$	$B = 12 - 5 = 7$	$A = 12$
3) $A = A - B$	$A = 12 - 7 = 5$	$B = 7$
$A = 5, B = 7$		

Procedure per la progettazione di un algoritmo

Top - Down

La soluzione si cerca mediante approssimazioni successive scomponendo il problema complesso in sottoproblemi per i quali si assume di conoscere le procedure per la soluzione. Una volta individuate le procedure di alto livello si passa ad analizzare i problemi di livello più basso scomponendoli, a loro volta, in sottoprocedure e così via fino a individuare processi elementari dei quali si conoscono le soluzioni.

- Argomento della Tesi
- Schema dei Capitoli
- Paragrafi
- Testo

Teoria
 collegamenti
 Osservazioni
 sperimentali

Bottom - Up

In questo approccio si mettono insieme funzionalità elementari riunendole in codici via via più complessi e articolati.

L'equazione di Lotka-Volterra descrive l'interazione tra due specie (predatore e preda) in un ecosistema mediante due equazioni: una descrive l'evoluzione delle prede, l'altra dei predatori. Le due specie non sono indipendenti:

$$C_{n+1} = C_n + aC_n - bC_nV_n$$

$$V_{n+1} = C_n + e b C_n V_n - c V_n$$

C_n : popolazione di conigli alla generazione n-esima

V_n : popolazione di volpi alla generazione n-esima

a: tasso di crescita dei conigli

c: tasso di decessi delle volpi in assenza di conigli

b: tasso di decessi per coniglio ad ogni incontro con un predatore

e: crescita di predatori grazie alle prede

Descrivere un algoritmo per il calcolo delle popolazioni alla generazione K-esima



C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07
<http://www.dvmodul-misurgenet.com/psimage.htm>

Esercizi

Definire un algoritmo per determinare il numero di ricorrenze della stringa AGT in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

Definire un algoritmo per determinare il numero di volte in cui A precede T in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

Definire un algoritmo per stabilire il numero di volte in cui A e T sono separate da G in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

Definire un algoritmo per confrontare la densità di simboli A, G, T e C in stringhe di diversa lunghezza composte da simboli AGTC

Definire un algoritmo in grado di stabilire se le parentesi di un'espressione algebrica sono bilanciate.

Definire un algoritmo che, utilizzando solo sottrazioni, permetta di calcolare quoziente e resto nella divisione tra numeri interi

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

50

Definire un algoritmo per determinare il numero di ricorrenze della stringa AGT in una sequenza di simboli AGTC di lunghezza variabile

1. Leggi i caratteri della stringa 1
2. c_1, c_2, \dots, c_L
3. Leggi la lunghezza della stringa L
4. Leggi i caratteri della stringa 2
5. h_1, h_2, h_3
6. $Nr = 0$
7. $i = 1$
8. se (AND ($c_i = h_1, c_{i+1} = h_2, c_{i+2} = h_3$)) $Nr = Nr + 1$
9. $i = i + 1$
10. se ($i \leq L - 3$) goto 8
11. stampa Nr
12. fine

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

51

Fano Code

Un codice di Fano ha la caratteristica di poter essere decifrato senza che siano necessari spazi tra i simboli

A = 1	A T G C A
C = 01	
T = 001	1001000011
G = 000	

C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

52

Soluzione

- pesa¹ A+B e C+D
- se A+B e C+D sono diverse
- altrimenti
- pesa² A+B+C e E+F+G
- se A+B+C = E+F+G
- altrimenti se E+F+G > A+B+C la pallina diversa è piu' pesante
- altrimenti se E+F+G < A+B+C la pallina diversa è piu' leggera

Cerca una pallina diversa tra A, B, C e D

pesa² A e B
 se A = B
 pesa³ A e C
 Se A = C allora è D Fine (N=3)
 altrimenti è C Fine (N=3)
 Altrimenti
 pesa³ A e C
 Se A = C allora è B Fine (N=3)
 altrimenti è A Fine (N=3)

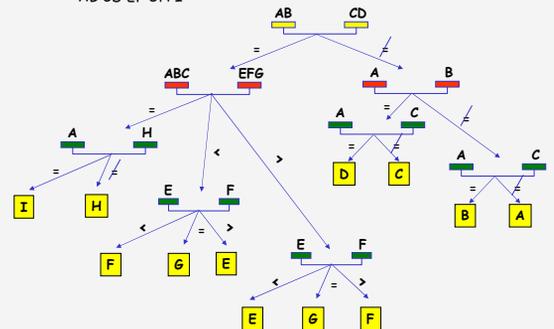
Cerca una pallina più pesante tra E, F e G

pesa³ E e F
 se E = F allora è G Fine
 se E > F allora è F Fine
 se E < F allora è E Fine

Cerca una pallina più leggera tra E, F e G

53

AB CD EF GH I



C. Meneghini - Laboratorio di Informatica 2006/07

54