

6. I TELESCOPI OTTICI

Introduzione

I telescopi comportano due grandi vantaggi rispetto all'osservazione a occhio nudo:

1. Raccolgono più luce: la raccolta di luce è proporzionale al quadrato dell'Apertura. l'incremento di magnitudine visuale rispetto all'occhio può essere stimato come:

$$\Delta m \approx 5 \log A(\text{mm}) - 4.2$$

dove A è l'apertura in mm.

2. Hanno un maggior potere risolutivo. La Risoluzione – capacità di separare due oggetti angularmente vicini – va come l'inverso dell'Apertura.

Alcune definizioni:

APERTURA: Diametro della lente o dello specchio, A,D (in mm, cm, m, inches, es 8")

DISTANZA FOCALE (o FUOCO): Distanza dalla lente o dallo specchio in cui convergono i raggi luminosi di una sorgente posta all'infinito, F, f.

(Focale equivalente: distanza a cui viene visto l'obiettivo dal fuoco)

RAPPORTO DI APERTURA: Rapporto tra la Distanza Focale e l'Apertura: f/ (es. f/10)

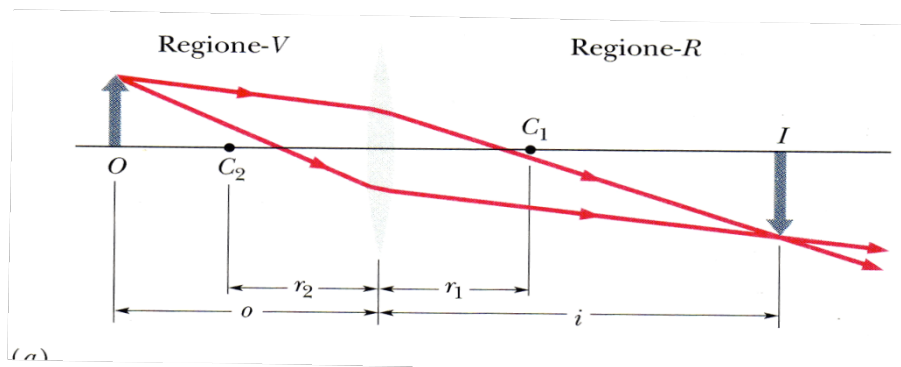
LUMINOSITA' (di un Telescopio): è legata al suo Rapporto di Apertura: Minore è il Rapporto di Apertura, maggiore la Luminosità.

CAMPO DI VISTA (FIELD OF VIEW, FOV): la porzione di cielo (in gradiXgradi) inquadrata del sistema ottico (dipende dal telescopio, ma anche dall'oculare o dalle dimensioni del rivelatore).

6.1 Ottica elementare

Il comportamento ideale dei sistemi ottici, inclusi i telescopi, è descrivibile dall'ottica geometrica nell'approssimazione di ottica gaussiana, valida per raggi di luce che non si discostano molto, nel loro percorso, dall'asse ottico.

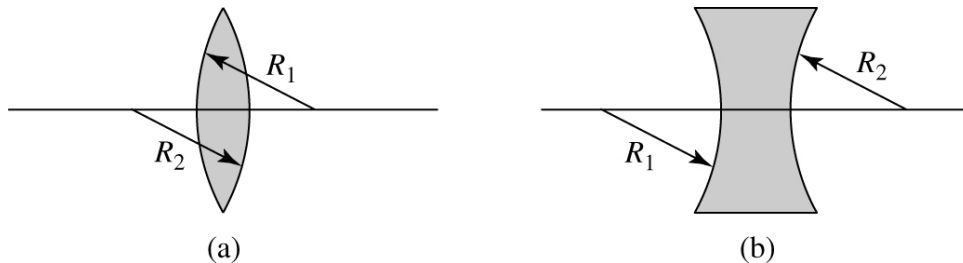
Per una lente sottile:



vale la relazione:

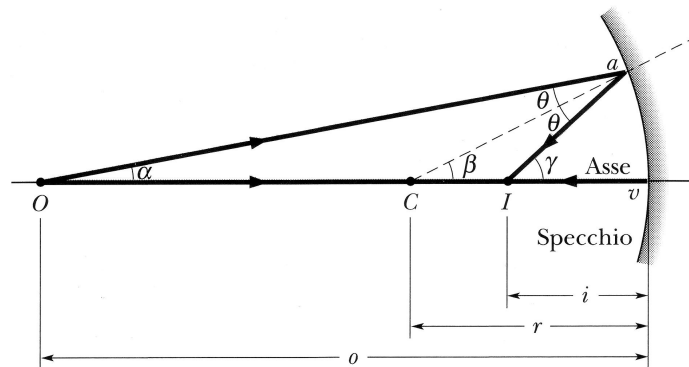
$$\frac{1}{o} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Per i telescopi, essendo o all'infinito, la posizione dell'immagine è sempre il fuoco.
Il fuoco di una lente è legata ai raggi di curvatura dalla legge dei fabbricatori di lenti:



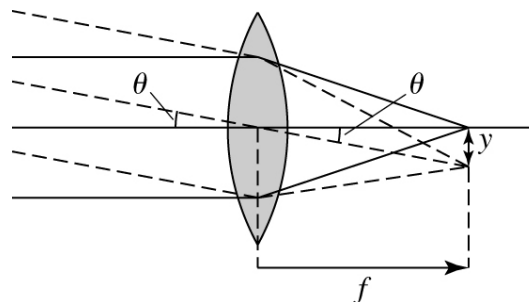
$$\frac{1}{f} = (n_\lambda - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

In cui \$n\$ è l'indice di rifrazione del materiale utilizzato. Se \$R_1 = R_2\$ il fuoco è \$R/2(n-1)\$.
Per uno specchio sferico, sempre nell'approssimazione di ottica gaussiana, vale la stessa relazione (1):



Ma in questo caso \$f = R/2\$ sempre.

Un concetto semplice, ma essenziale, per la comprensione del funzionamento dei telescopi, è la **Scala dell'Immagine (Image Scale, IS)**:



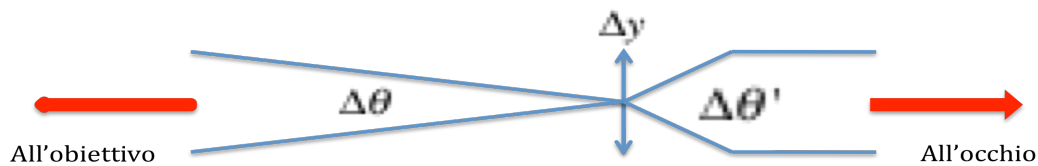
Ad un intervallo angolare \$\Delta\theta\$ sulla sfera celeste corrisponde una dimensione lineare dell'immagine sul piano focale data da:

$$y = f \cdot \tan \theta \approx f \cdot \theta$$

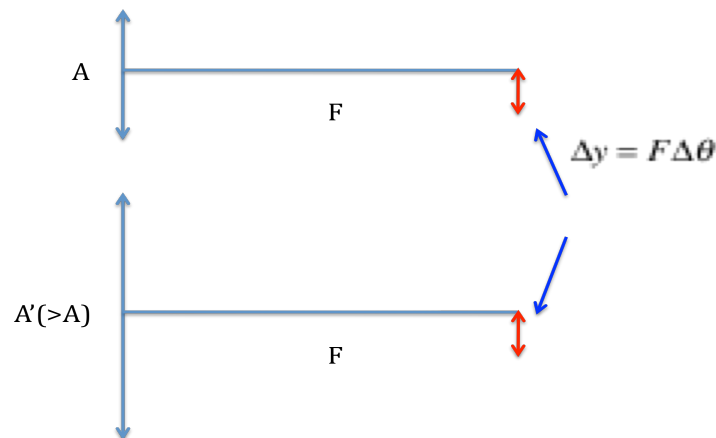
$$\frac{dy}{d\theta} = f \rightarrow \frac{\Delta \theta}{\Delta y} = \frac{1}{f}$$

$\Delta \theta / \Delta y$ definisce la Scala dell'Immagine (tipicamente espressa in arcsec/mm, ma anche in arse/pixel quando si usano i CCD).

Se osserviamo la lunghezza Δy (che corrisponde a un angolo $\Delta \theta$ sotteso dall'oggetto) sotto un angolo $\Delta \theta' > \Delta \theta$, cosa che può essere fatta osservando attraverso un oculare, vedremo un'immagine ingrandita (angolarmente) nel rapporto $\Delta \theta' / \Delta \theta = f' / f$, in cui f' è la focale dell'oculare ed f quella del telescopio.



E' importante osservare che la dimensione dell'immagine sul piano focale dipende solo dalla lunghezza focale e non dall'Apertura:



Nel caso di apertura maggiore (A') è raccolta più luce sulla stessa superficie. Poiché all'aumentare dell'apertura e a parità di focale diminuisce il rapporto focale, si vede che più piccolo è il rapporto focale maggiore è la luminosità dell'immagine (un telescopio $f/4$ è più luminoso di un $f/10$).

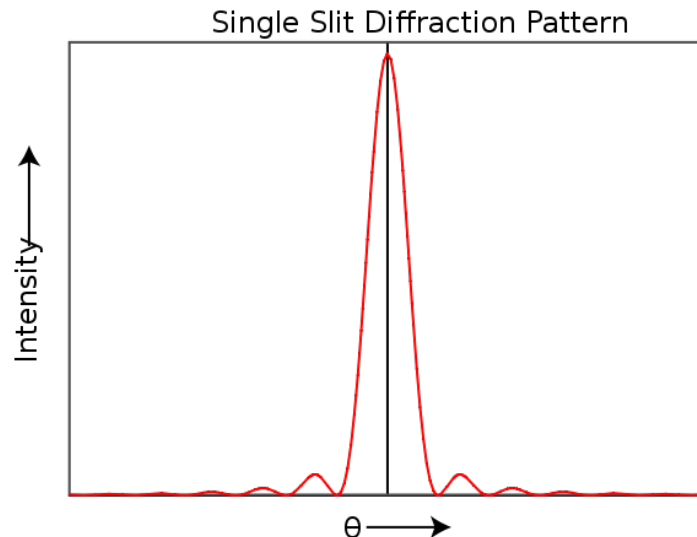
6.2 Limiti di diffrazione e risoluzione

Si potrebbe pensare che aumentando indefinitamente la focale si potrebbe ottenere un'immagine arbitrariamente grande e quindi aumentare l'ingrandimento a piacere (anche se al prezzo di una immagine sempre meno luminosa se lasciamo inalterata l'apertura in quanto aumenteremmo il rapporto focale).

Ma oltre un certo limite questo non porta nessun vantaggio a causa dei limiti di diffrazione.

Sappiamo nel caso della diffrazione da fenditura che l'immagine di una sorgente puntiforme è data da un pattern di diffrazione di larghezza angolare θ finita (posizione del primo minimo), legata alla lunghezza d'onda e alla larghezza D della fenditura dalla relazione:

$$\sin \theta = m \cdot \frac{\lambda}{D}$$



All'aumentare della larghezza della fenditura il pattern si stringe ma la sua larghezza non sarà mai zero.

Nel caso di un telescopio si ottiene un risultato analogo che è legato alla diffrazione da un'apertura circolare.

A causa della grande distanza le stelle possono essere assunte come sorgenti puntiformi. L'immagine di una sorgente puntiforme, prodotta da qualsiasi dispositivo ottico, è una figura di diffrazione la cui forma è descritta dall'integrale di diffrazione di Fresnel-Kirchhoff. Nel caso di un telescopio possiamo assumere l'approssimazione di Fraunhofer, valida quando la diffrazione può essere descritta in termini di onde piane.

In questo caso, l'ampiezza del campo U nel piano (p,q) dell'immagine è data da:

$$U(p,q) = \iint G(\alpha,\beta) e^{-\frac{2\pi}{\lambda}(p\alpha+q\beta)} d\alpha d\beta$$

Dove l'integrale è esteso sul piano (a,b) dell'apertura e $G(a,b)$ è la *pupil function*, cioè la funzione che descrive l'apertura, che, nel caso di un'apertura circolare, come avviene nei telescopi, è costante all'interno dell'apertura e nulla fuori.

La precedente espressione è essenzialmente la trasformata di Fourier dell'apertura e fornisce un profilo d'intensità quindi direttamente legato alla *forma* dell'apertura

Nel caso bidimensionale di un'apertura circolare, la figura di diffrazione che si ottiene è il **pattern di Airy**, la cui distribuzione di intensità è data dall'espressione:

$$I = \left(\frac{2J_1(x)}{x} \right)^2$$

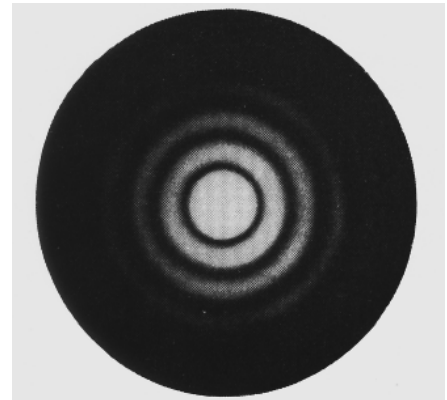
In cui $J_1(x)$ è una funzione di Bessel del primo tipo di ordine 1 (che ha un andamento oscillante, come una funzione trigonometrica).

Analogamente al caso della diffrazione da singola fenditura, abbiamo una distribuzione di minimi e di massimi, in questo caso sotto forma di un disco centrale e di una successione di anelli circolari di intensità decrescente.

Quasi tutta l'intensità I è concentrata nel massimo centrale. Nel primo anello cade circa l'1.7% dell'intensità I e nel secondo anello lo 0.4% circa.

La separazione angolare $\delta\theta$ tra il massimo centrale e il primo minimo (primo anello scuro) è data da:

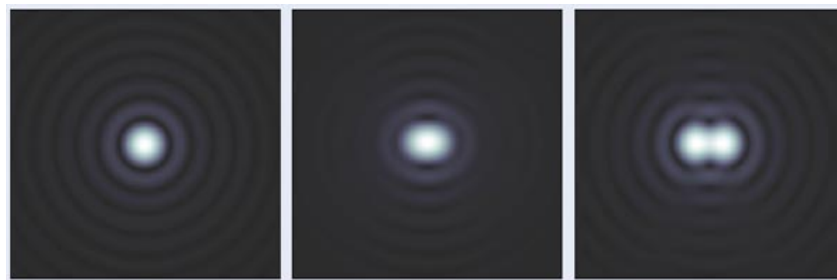
$$\delta\theta = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$



Dove D è il diametro del telescopio.

Questa espressione è assunta secondo il **criterio di Rayleigh** come **Risoluzione** del telescopio. Se abbiamo due sorgenti (due stelle) separate da una distanza angolare pari a $1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$, allora il massimo di una delle due figure di diffrazione cade nel primo minimo dell'altra. Si assume che questa sia la condizione MINIMA per riuscire a risolvere due stelle.

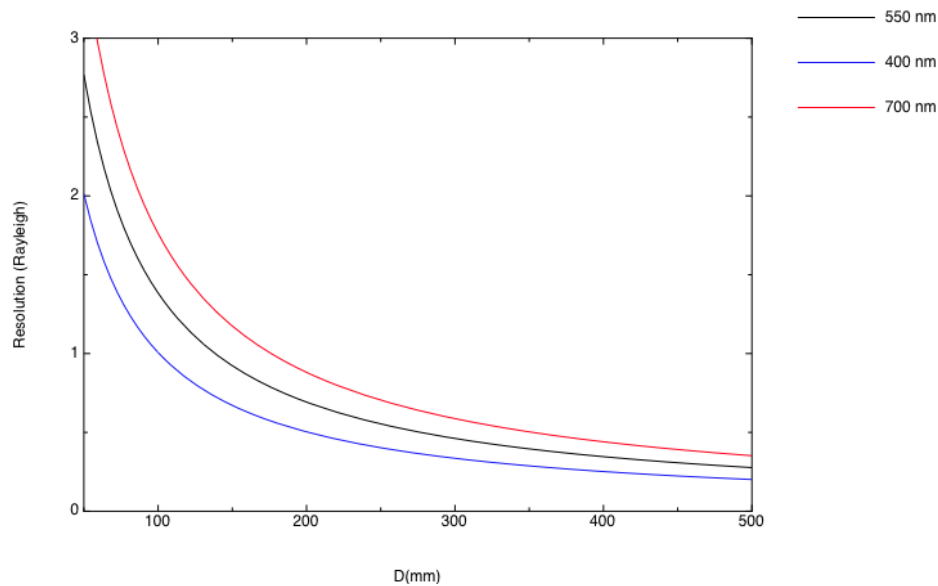
Nell'immagine seguente si osservano due stelle con risoluzione decrescente:



Se la risoluzione non è sufficiente, come nel caso dell'immagine più a sinistra in cui due stelle molto vicine non sono risolte, aumentare la dimensione dell'immagine sul piano focale non ci porta alcun vantaggio: otterremo solo un "punto" più largo.

Attenzione come al solito alla terminologia. Una *minore* risoluzione secondo il criterio di Rayleigh significa un angolo più piccolo, quindi un telescopio che ha un *maggiore* potere risolvete. Spesso nell'uso si dice semplicemente che un telescopio ha una risoluzione maggiore, intendendo un angolo più piccolo.

La risoluzione dipende dalla lunghezza d'onda, anche se in genere viene stimata al centro dello spettro visibile, a circa 550 nm. Nell'immagine che segue è riportata su grafico la risoluzione di un telescopio in funzione della sua apertura secondo il criterio di Rayleigh per tre diverse lunghezze d'onda.

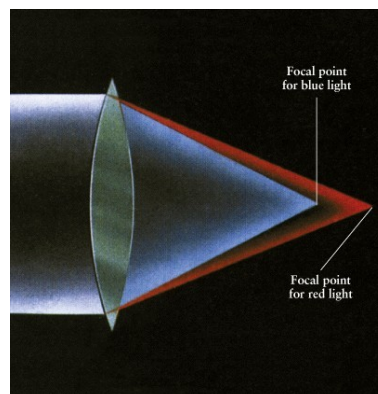


Già con un telescopio con poco più di 10 cm di apertura si ottiene una risoluzione attorno al secondo d'arco. Ma, come vedremo, il limite maggiore alla risoluzione ottenibile con i telescopi a terra dipende dal *seeing*.

6.3 Rifrattori e riflettori

I telescopi si dividono in rifrattori e riflettori. I primi sono basati su lenti i secondi su specchi. Le lenti sono soggette ad aberrazione cromatica.

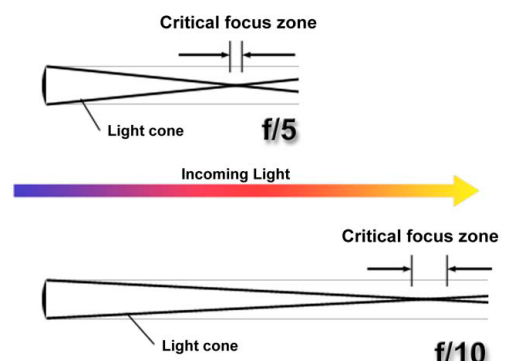
Poiché l'indice di rifrazione dipende dalla lunghezza d'onda λ , si vede che per una radiazione non monocromatica il fuoco cade in punti diversi in funzione di λ .



Nei primi telescopi rifrattori, con l'obiettivo costituito da una sola lente, per ridurre l'aberrazione cromatica si usavano lunghezze focali molto grandi.

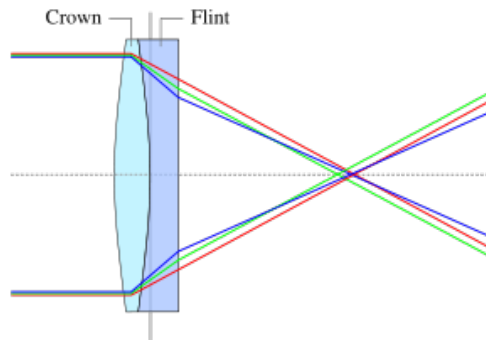
In realtà per ridurre l'aberrazione cromatica, quello che conta è il **rapporto di apertura**.

Al crescere del rapporto di apertura si allunga la zona critica di messa a fuoco (**CFZ** – Critical Focus Zone) ovvero la zona lungo l'asse focale lungo la quale ci possiamo spostare (con l'occhio o con il rivelatore)

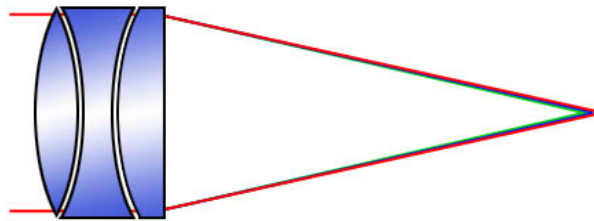


senza rivelare, a causa dei limiti di diffrazione, una differenza di fuoco. Se i diversi punti di messa a fuoco delle varie lunghezze d'onda, dovuti all'aberrazione cromatica, cadono all'interno della CFZ, l'aberrazione stessa non è rivelabile.

Al diminuire del rapporto di apertura l'aberrazione cromatica diventa molto evidente, a meno di non utilizzare una opportuna combinazione di lenti con vetro di indice di rifrazione diverso che riducono l'aberrazione cromatica (doppietti acromatici) o la sopprimono quasi totalmente (doppietti o tripletti apocromatici). Tutti i telescopi rifrattori attualmente realizzati appartengono a una di queste due categorie.



Doppietto acromatico (l'aberrazione cromatica è ridotta, ma non soppressa).



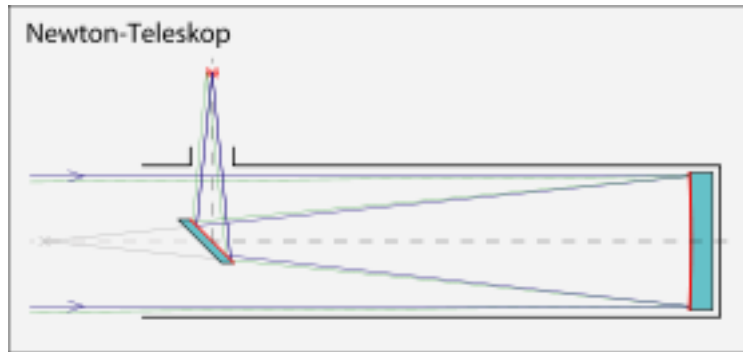
Tripletto apocromatico (l'aberrazione cromatica è fortemente ridotta).

I piccoli telescopi rifrattori a corta focale, utilizzati per la fotografia astronomica o per riprese di *survey* a largo campo sono tutti apocromatici.

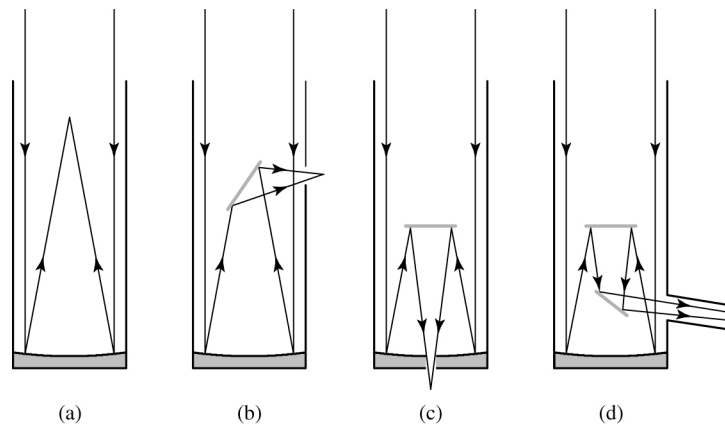
La presenza dell'aberrazione cromatica, la necessità di operare con sistemi di lenti, l'esigenza di disporre di grandi volumi di materiale di grande omogeneità ottica, il peso, i limiti di trasparenza nell'ultravioletto, fanno sì che sia più facile, economico e conveniente dal punto di vista ottico e della lavorazione, realizzare telescopi riflettori. Tutti i grandi telescopi sono riflettori. E anche nel caso di piccoli telescopi è molto più facile realizzare specchi che lenti, anche se, a parità di apertura, i telescopi rifrattori producono in genere, come vedremo, immagini di contrasto maggiore.

Nel caso degli specchi non abbiamo a che fare con aberrazioni cromatiche in quanto la luce non attraversa il materiale e non è soggetta al fenomeno della rifrazione.

L'antesignano di tutti i telescopi riflettori è il telescopio newtoniano la cui configurazione base fu realizzata da Newton stesso:



Le configurazioni ottiche dei telescopi riflettori usati attualmente sono le più disparate:



(a) Fuoco primario, (b) Newtoniano, (c) Cassegrain, (d) Nasmyth/Coudé

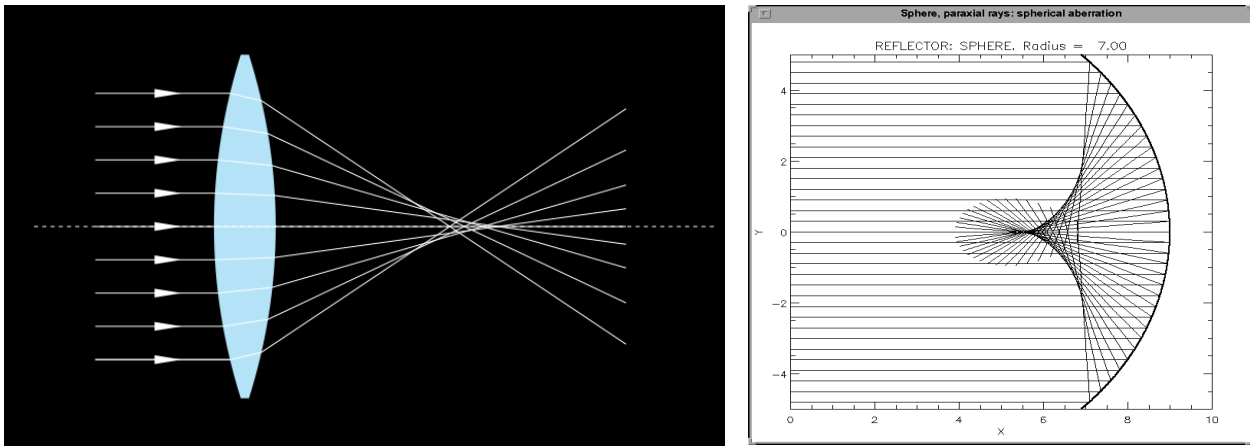
Una delle configurazioni più diffuse è quella Cassegrain, in quanto riduce la lunghezza del telescopio e rende più pratica la posizione di osservazione.

Lo specchio principale curvo è chiamato **primario**, l'altro specchio (visibile nelle configurazioni b,c,d), che può essere piano o curvo, è chiamato **secondario**.

6.4 Le aberrazioni

Ogni sistema ottico, e quindi ogni telescopio, è soggetto ad aberrazioni geometriche. In genere quando ci si sposta dall'asse ottico si crea una deformazione dell'immagine, per cui le proporzioni lineari e/o angolari, rispetto a quelle della sorgente, non sono più rispettate e l'immagine di un punto non è un pattern di Airy ideale. Ovviamente questo può essere rilevato solo quando le deformazioni sono maggiori della risoluzione dello strumento.

Originariamente tutti gli specchi erano realizzati con una curvatura sferica. Ma questo tipo di configurazione è soggetto all'**aberrazione sferica**: Tutti i raggi non coincidenti con l'asse ottico, ma paralleli ad esso, vanno a fuoco su di una superficie e non nel fuoco esatto

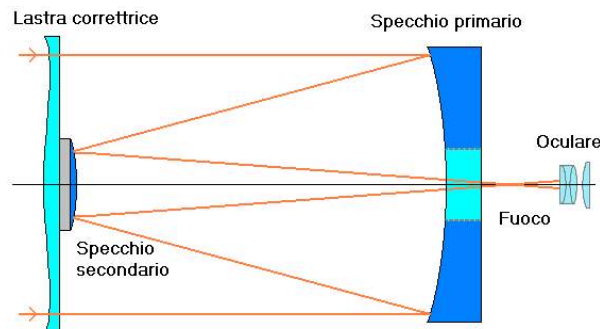


Aberrazione sferica in una lente (a sinistra) e in uno specchio.

Questa aberrazione è presente anche nelle lenti che hanno superficie sferica (raggio di curvatura costante). E' tanto maggiore quanto minore è il rapporto di apertura, quindi in genere è meno evidente a lunghe focali. I primi telescopi a riflessione avevano tutti specchi sferici e grandi rapporti focali per ridurre l'aberrazione sferica.

L'aberrazione sferica è presente in tutto il campo, incluso il centro del campo dove passa l'asse ottico ed è proporzionale al cubo dell'inverso del rapporto di apertura ($\propto \frac{1}{f^3}$).

L'aberrazione sferica può essere corretta modificando opportunamente la forma della superficie (nel caso delle lenti si parla di lenti aplanatiche) o inserendo delle lastre correttrici, come nei telescopi Schmidt-Cassegrain (SC) commerciali.



Tipico schema di un telescopio SC commerciale: lo specchio primario è sferico, la lastra corretttrice corregge l'aberrazione sferica e parzialmente altre aberrazioni. Lo specchio secondario è curvo, consentendo di aumentare la lunghezza focale equivalente del sistema.

Nel caso di singoli specchi, come nei newtoniani, per eliminare l'aberrazione sferica, si usano superfici paraboliche. La maggior parte dei telescopi newtoniani ha specchi parabolici. In questo caso il problema è posto dai raggi non paralleli all'asse ottico ed è tanto più evidente quanto più ci si allontana dall'asse ottico e quindi dal centro del campo osservato.

Questa aberrazione si chiama **Coma** (da "cometa", a causa della particolare forma dell'immagine affetta da coma).

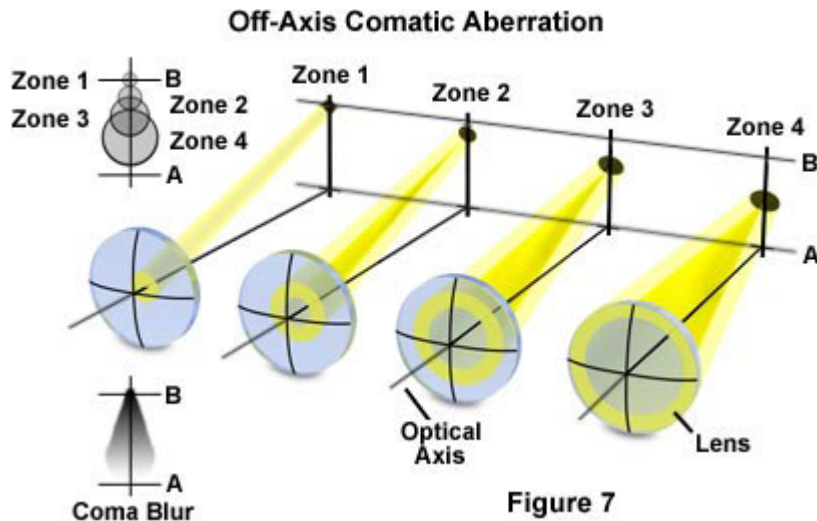


Figure 7

Costruzione ottica del coma dovuto a un fascio di raggi non paralleli all'asse ottico.

Il coma è proporzionale all'inverso del quadrato del rapporto di apertura ($\propto \frac{1}{f/l^2}$) e alla distanza dall'asse ottico (pertanto è nullo sull'asse ottico, al centro del campo). Il coma è molto evidente in tutti i riflettori newtoniani a basso rapporto focale non appena ci si allontana dal centro del campo.

Il coma può essere ridotto attraverso opportune lenti correttrici oppure lavorando le superfici degli specchi secondo altre superfici coniche. A esempio, nella configurazione Ritchey-Chrétien, che è una configurazione Cassegrain, sia il primario che il secondario hanno sezione **iperbolica**. Con questa configurazione il coma è eliminato – assieme all'aberrazione sferica – consentendo l'osservazione di un campo più ampio anche con rapporti focali abbastanza piccoli (a prezzo però di un certo astigmatismo e distorsione di campo). Molti grandi telescopi, come i VLT (Cile) e il Keck (Haway), sono realizzati secondo la configurazione Ritchey-Chrétien.

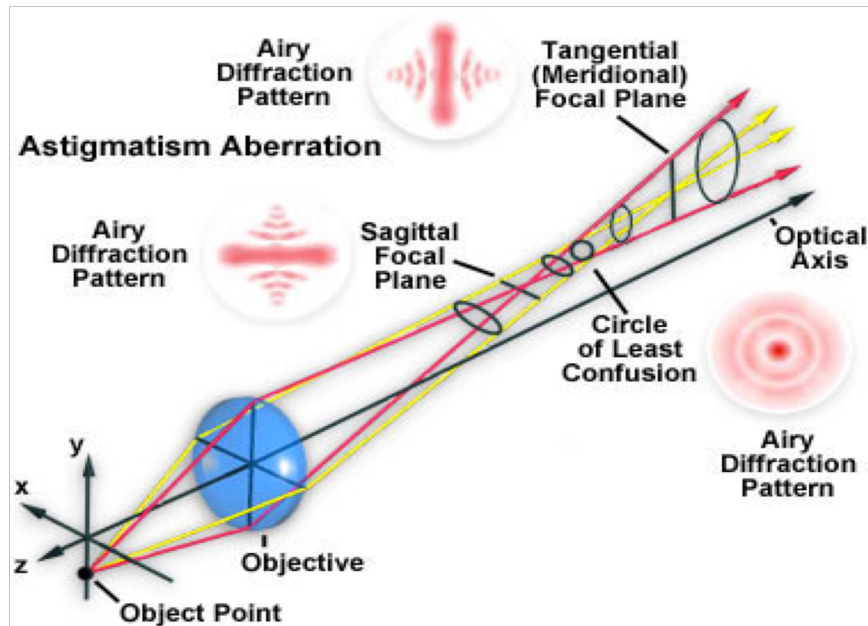
Le aberrazioni ottiche sono state classificate da Seidel nel 1856. Oltre all'aberrazione sferica e al coma, le altre aberrazioni sono:

Astigmatismo

Curvatura di Campo

Distorsione

L'**astigmatismo** è dovuto al fatto che i raggi di luce di una sorgente posta fuori dall'asse ottico e che incidono sullo specchio non parallelamente all'asse ottico “vedono” raggi di curvatura diversi nelle direzioni sagittale e tangenziale e pertanto quando l'immagine è a fuoco in un piano è fuori fuoco (e quindi allungata) nell'altro piano.



L'astigmatismo è proporzionale all'inverso del rapporto di apertura ($\propto \frac{1}{f/}$) e quindi ha una dipendenza meno forte dell'aberrazione sferica e del coma da questo. Risulta pertanto un'aberrazione più "tollerabile", che si manifesta solo quando i campi cominciano ad essere abbastanza grandi. Il campo osservato da un telescopio (e registrato da un CCD) è in genere abbastanza piccolo. Per dare un'idea, per un telescopio un campo di un grado è già considerato un grande campo.

La **curvatura di campo** è dovuta al fatto che i sistemi ottici mettono a fuoco non su di una superficie piana ma su di una superficie curva (approssimativamente sferica). L'entità della curvatura dipende anche in questo caso dal rapporto focale (rapporti focali più spinti producono maggiore curvatura) e dalla distanza dall'asse ottico. Per piccoli FOV questo effetto può essere trascurabile, ma al crescere del FOV è necessario introdurre opportune ottiche (spianatori di campo).

L'effetto della **distorsione** è mostrato nella figura seguente.



La distorsione non agisce sulla forma del pattern di Airy come l'aberrazione sferica, il coma e l'astigmatismo, ma provoca un'alterazione nelle proporzioni delle immagini.

In un sistema ottico ben realizzato in genere la distorsione è trascurabile.

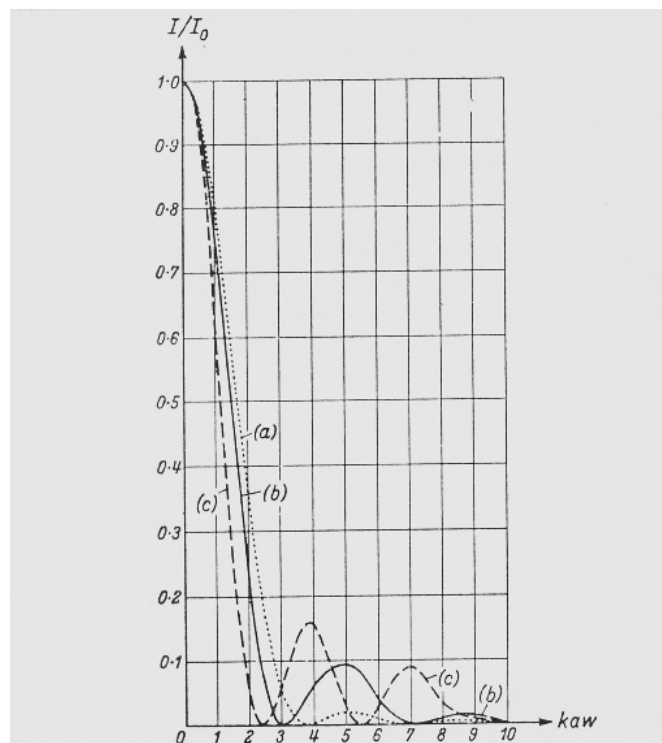
Per correggere la distorsione si adottano sistemi ottici simmetrici in modo che in essi si introducano distorsioni di segno contrario, che annullino la distorsione globalmente presente nell'immagine.

6.5 Point Spread Function

In pratica ogni configurazione ottica “deforma” l’immagine di una sorgente puntiforme in maniera caratteristica, che dipende dalla particolare configurazione e che quasi sempre si discosta dal pattern di Airy ideale. La forma di questa funzione caratteristica si chiama **Point Spread Function (PSF)** e caratterizza otticamente il sistema (telescopio-ottiche-rivelatore) utilizzato: ogni sistema di osservazione/rivelazione ha la sua psf caratteristica.

Il limite di risoluzione secondo Rayleigh è valido per un sistema ottico non ostruito come il telescopio rifrattore e in assenza di turbolenza atmosferica.

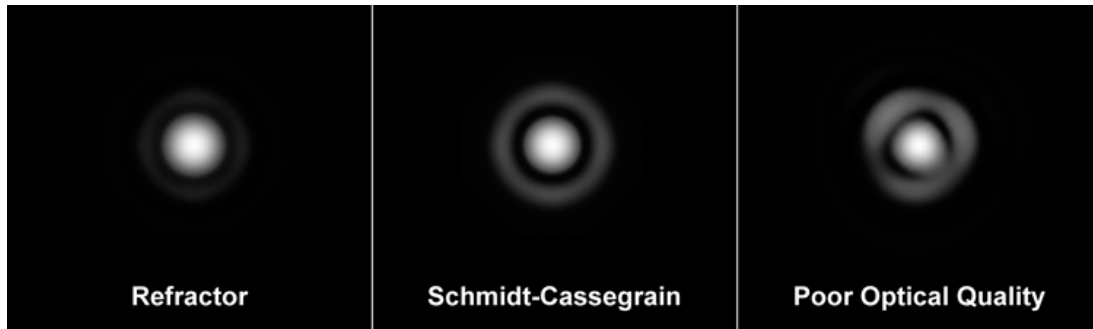
Nel caso di ostruzione (come per tutti i telescopi a riflessione) la pupil function nell’integrale di diffrazione di Fresnel-Kirchhoff deve essere opportunamente modificata. Nel caso dell’ostruzione tipica dei Cassegrain (o dei Newtoniani), la pupil function è una corona circolare in cui il raggio esterno è quello dell’apertura del telescopio e quello interno è quello dell’ostruzione. Nella figura che segue si vede come viene modificato il pattern di Airy in funzione dell’apertura relativa dell’ostruzione.



Effetto dell’ostruzione sul pattern di Airy: (a) pattern di Airy senza ostruzione, (b) ostruzione con raggio pari a metà del raggio dell’apertura, (c) raggio dell’ostruzione tendente a raggio dell’apertura.

Come si vede, all’aumentare dell’ostruzione, diminuisce il raggio del primo anello scuro (primo minimo), pertanto la risoluzione aumenta. Ma questo al prezzo di una diminuita intensità nel massimo principale e di un aumento dell’intensità nei massimi secondari che comporta un segnale più debole e una diminuzione del contrasto.

Pertanto la risoluzione dei telescopi a riflessione (in cui l'ostruzione è tipicamente del 30-40%) è leggermente migliore di quella dettata dal criterio di Rayleigh, rispetto ai telescopi a rifrazione di pari apertura. Ma questo al prezzo di un peggiore contrasto in quanto una frazione maggiore dell'intensità non finisce sotto il massimo centrale (vedi figura sotto).



Pattern di Airy di alcune configurazioni ottiche. In uno Schmidt-Cassegrain, a causa dell'ostruzione, parte dell'intensità del massimo centrale viene distribuita negli anelli del pattern di diffrazione, riducendo il contrasto.

Nelle osservazioni effettuate al di sotto dell'atmosfera il limite alla risoluzione è in genere dettato dal seeing che misura il contributo all'allargamento angolare della PSF dovuto alla turbolenza atmosferica.

Pertanto, in genere, il $\delta\theta$ sperimentale è maggiore (in alcuni casi molto maggiore) del limite imposto dal criterio di Rayleigh (o di Dawes). Solo in alcuni siti sulla Terra il seeing scende sotto 0.5", una risoluzione ottenibile con un telescopio di meno di 30 cm di apertura. Tipicamente a Roma, il seeing è dell'ordine di 3-4 " (meno di 2" in qualche rara nottata).¹

¹ E' possibile ottenere risoluzioni che si avvicinano alla risoluzione teorica "congelando" il seeing (che si compone di molte frequenze) o comunque moderando i suoi effetti con opportune ottiche adattive e su campi angolari molto ristretti. Anche alcune tecniche di deconvoluzione (che partono da una buona conoscenza della PSF del nostro sistema ottico e da un ottimo segnale) consentono a volte di migliorare notevolmente la risoluzione.