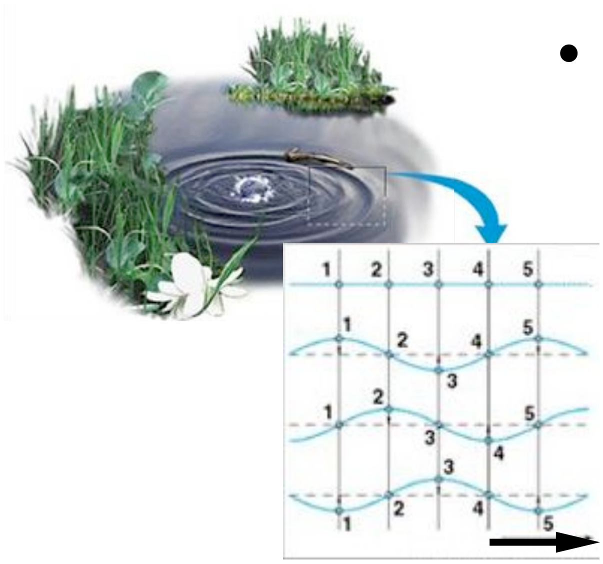
# Onde



## Onde: richiami

- Definizione
- Tipi di onde
- "Anatomia":
  - frequenza e periodo
  - lunghezza d'onda e numero d'onda
  - ampiezza
  - fase
  - velocità
- Trasporto di energia
- L'equazione delle onde
- Interferenza
- Diffrazione
- Onde stazionarie
- Onde elettromagnetiche

- Perturbazione che si *propaga con velocità finita*
- *Compie lavoro*, e quindi possiede e può cedere energia




Superficie dello stagno imperturbata

Direzione del moto dell'onda

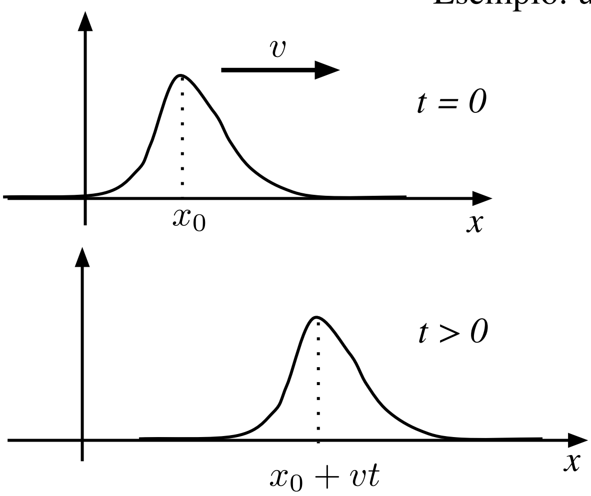
Enrico Silva - diritti riservati - Non è permessa, fra l'altro, l'inclusione anche parziale in altre opere senza il consenso scritto dell'autore

# Onde viaggianti

Perturbazione: in generale (in una sola dimensione) $\psi(x,t)$

Consideriamo una perturbazione viaggiante il cui profilo non si deformi (*moto non dispersivo*)

Esempio: una perturbazione su una corda tesa




Deve essere:

$$\psi(x_0, t=0) = \psi(x_0 + vt, t)$$

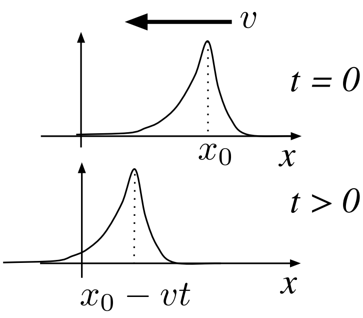
Per ogni $x_0$ Quindi:

$$\psi(x,t) = \psi_+(x - vt)$$

rappresenta un'onda viaggiante *nella direzione positiva delle x.* (onda *progressiva*)

Esercizio: verificare sostituendo i valori dell'esempio

# Onde viaggianti (2)




Esattamente alla stessa maniera, se l'onda viaggia nella direzione negativa delle x, sarà

$$\psi(x,t) = \psi_-(x + vt)$$

(onda *regressiva*)

- In generale, un'onda potrà essere una combinazione sia di onde regressive che progressive. L'espressione più generale è quindi:
$$\psi(x,t) = \psi_+(x - vt) + \psi_-(x + vt)$$
- Le $\psi$ determinano la *forma* della perturbazione ondosa.
- L'*argomento* (detto a volte *fase*) individua se l'onda è viaggiante o meno: solo le funzioni di argomenti $x \pm vt$ sono onde viaggianti.



# Onde: rappresentazione analitica

Le funzioni che descrivono un'onda soddisfano l'*equazione delle onde*:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

La perturbazione può essere *vettoriale*, per cui l'equazione delle onde è:

$$\nabla^2 \vec{\psi} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 \vec{\psi}}{\partial t^2}$$

ovvero *tre* equazioni scalari.

In un determinato problema, la forma della perturbazione (*soluzione*) è determinata dalla soluzione dell'equazione delle onde *con le opportune condizioni al contorno*, che pertanto definiscono interamente il problema.

# Onde piane

La perturbazione può dipendere anche dalle altre coordinate spaziali.
Ad esempio,

$$\psi(x, y, z, t) = a(y, z) f(x - vt)$$

rappresenta un'onda progressiva che si propaga lungo la direzione *x*.
In questo caso, per ogni $x_0$ fissato, la *fase* rimane inalterata al variare di *y* e *z*:
il piano $x=x_0$ è *equifase*.
Una tale onda è detta *onda piana*.
Se *a(y,z)=cost*, l'onda è detta *piana uniforme*.
Nello spazio 3D, un'onda piana che si propaghi nella direzione $\widehat{k}$
può essere rappresentata come:

$$\psi(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} - vt)$$



# Sovrapposizione

Quando due onde $\psi_1(x, t),\ \psi_2(x, t)$ si propagano nella stessa regione di spazio, la perturbazione risultante è la somma delle due onde (*principio di sovrapposizione*):

$$\psi(x, t) = \psi_1(x, t) + \psi_2(x, t)$$

Infatti la perturbazione risultante soddisfa ancora l'equazione delle onde.

Esercizio: determinare in questo caso la velocità della perturbazione risultante.

# Onde armoniche

## Consideriamo un'onda progressiva sinusoidale:

N.B.: ogni onda "ragionevole" può essere studiata in termini di sovrapposizione di onde sinusoidali (Fourier)

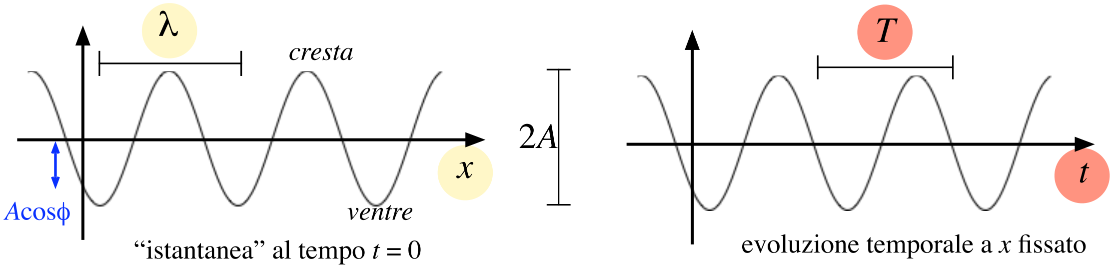
$$\psi(x,t) = A\cos[k(x-vt)+\phi] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)+\phi\right] = A\cos(kx-\omega t+\phi)$$

*fase* dell'onda

**quando la *fase* dell'onda varia di 2π, l'onda si riproduce identicamente**

- $A$ : *ampiezza.* [$A$]: dipende dalla grandezza fisica
- $T$ : *periodo.* [$T$] = s
- ω : *pulsazione.* [ω] = rad $s^{-1}$ legata alla *frequenza* da ω = 2πν con [ν] = $s^{-1}$ = Hz
- λ : *lunghezza d'onda.* [λ] = m
- $k$ : *numero d'onde.* [k] = $m^{-1}$
- ϕ : *costante di fase.* [ϕ] = rad

$\boxed{\textit{velocità}\text{ dell'onda} \quad v = \omega/k = \lambda\nu}$




"istantanea" al tempo $t = 0$

(o anche $t = \pm nT$. Discutere.)

evoluzione temporale a $x$ fissato

(o anche $x \pm n\lambda$. Discutere.)



TravelWaves.swf

L'animazione riporta l'evoluzione del profilo spaziale dell'onda.
Si noti il grafico *temporale* che viene tracciato e che riguarda la posizione di un punto specifico.

L'animazione è reperibile su:

http://www.upscale.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/TravelWaves/TravelWaves.html

# Rappresentazione complessa

$$\psi(x,t) = A\cos[k(x-vt)+\phi] = A\cos\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)+\phi\right] = A\cos(kx-\omega t+\phi)$$

Funzioni sinusoidali $\downarrow$ Esponenziali immaginari

Ampiezze $\downarrow$ Ampiezze complesse

$$\psi(x,t) = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}[k(x-vt)+\phi]} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}[2\pi(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T})+\phi]} = A\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t+\phi)}$$
$$= \bar{A}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$

N.B.: le grandezze fisiche sono le *parti reali*.



# Intensità

In generale, gli strumenti (inclusi i nostri sensi) sono sensibili all' *intensità*, e non al *campo*.

Intensità istantanea locale: $I(x,t) \propto |\mathrm{Re}\{\psi(x,t)\}|^2$

per onde piane monocromatiche: $= A^2\cos^2(kx-\omega t+\phi)$

Intensità media: $I \propto \dfrac{1}{T}\displaystyle\int_0^T |\mathrm{Re}\{\psi(x,t)\}|^2 dt$

per onde piane monocromatiche: $= \dfrac{A^2}{2}$

# Onde stazionarie

Consideriamo due onde armoniche, di uguale ampiezza e fase

Progressiva: $\psi_+(x,t) = \bar{A}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$

Regressiva: $\psi_-(x,t) = \bar{A}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t} = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t}$

L'onda risultante è la somma delle due onde (*principio di sovrapposizione*):

$$\psi(x,t) = \psi_-(x,t) + \psi_+(x,t) = \bar{\psi}(x)(\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t} + \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}) = 2\bar{\psi}(x)\cos(\omega t)$$

... oppure la loro differenza

(la differenza equivale a una somma con diversa fase relativa: verificare)

$$\psi(x,t) = \psi_-(x,t) - \psi_+(x,t) = \bar{\psi}(x)(\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\omega t} - \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}) = 2\mathrm{i}\bar{\psi}(x)\sin(\omega t)$$

Le dipendenze temporale e spaziale sono *disaccoppiate*: l'onda si presenta con un profilo in cui in alcuni punti $\psi$=0 sempre (*nodi*), e dove creste e ventri evolvono l'uno nell'altro con periodo *T*.



standwave.swf

L'animazione riporta l'evoluzione di un'onda stazionaria, composta da due onde sinusoidali, progressiva e regressiva, di uguale ampiezza, riflesse da pareti rigide. Un sistema fisico che corrisponde a questa situazione è l'oscillazione di una corda vibrante fissata agli estremi.

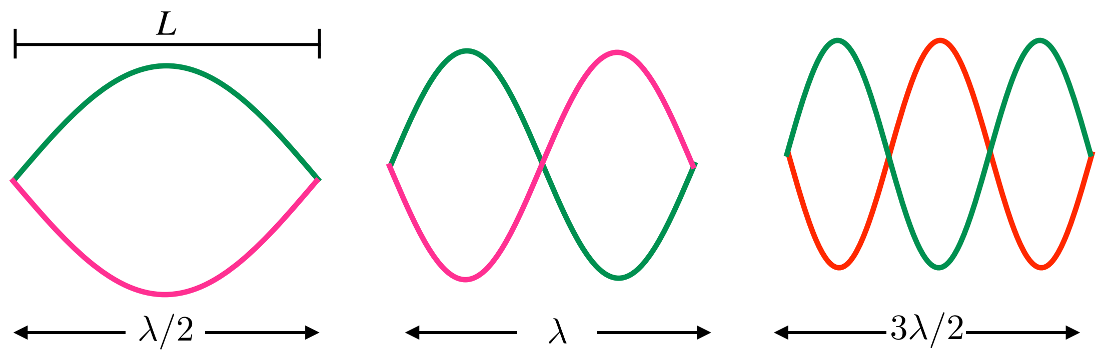
Esercizio: determinare perché nella riflessione l'onda si capovolge.

L'animazione è reperibile su:

http://faraday.physics.utoronto.ca/IYearLab/Intros/StandingWaves/Flash/standwave.html

# Onde stazionarie: armoniche.

Consideriamo una corda vincolata a due estremi rigidi (pareti) distanti *L*.
Si possono instaurare solo alcune onde stazionarie:




... etc etc.
Onde stazionarie fra due estremi vincolati devono avere: $\lambda = \dfrac{2L}{n}, \quad n = 1, 2, 3...$



# Interferenza

# Interferenza

La formazione di onde stazionarie è solo un aspetto del fenomeno generale della *interferenza* delle onde.

Ognìqualvolta due onde con *fase* differente si sovrappongono si ha *interferenza*.

Richiamo: nel senso più generale, la *fase* è il termine negli esponenziali:

$$k(x-vt)+\phi = 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)+\phi = kx-\omega t+\phi$$

L'interferenza prenderà varie forme:
– onde stazionarie (viste poco fa)
– battimenti
– ...



# Interferenza: esempio

Consideriamo due onde armoniche viaggianti, di uguale ampiezza e fase iniziale *differente* per $\Delta\phi$:

$$\psi_1(x,t) = \bar{A}\mathrm{e}^{\mathrm{i}kx}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$$
$$\psi_2(x,t) = \bar{A}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx+\Delta\phi)}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\mathrm{e}^{+\mathrm{i}\Delta\phi}$$

L'onda risultante $\psi(x,t)=\psi_1(x,t)+\psi_2(x,t)$ è:

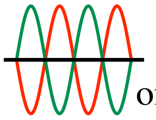
$$\psi(x,t) = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\left(1+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\phi}\right) = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\Delta\phi}{2}}\underbrace{\cos\frac{\Delta\phi}{2}}_{\text{interferenza}}$$

L'ampiezza varia del termine $2\cos\frac{\Delta\phi}{2}$

$\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\Delta\phi}{2}}$ ha modulo 1: <u>è solo un termine di fase comune</u>.

# Interferenza: esempio (cont)

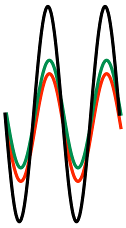
$$\psi(x,t)=\bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\left(1+\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Delta\phi}\right)=\bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}\underbrace{2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\Delta\phi}{2}}\cos\tfrac{\Delta\phi}{2}}_{\text{interferenza}}$$



$\Delta\phi=(2n+1)\pi$

onda risultante: nulla.

onde *sfasate di mezza lunghezza d'onda*



$\Delta\phi=2n\pi$

onde *in fase*

ampiezza doppia

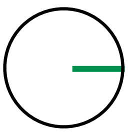
intensità istantanea quadrupla

Le onde stazionarie possono essere considerate
come sovrapposizioni di onde *sfasate di 2ωt* (controllate).
N.B.: è una differenza di fase variabile nel tempo.

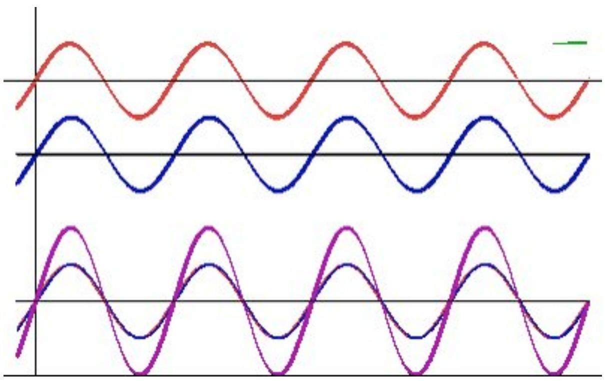


# Interferenza

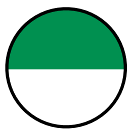
Sovrapposizione di due onde armoniche di uguale ampiezza,
con fase relativa variabile.
L'animazione riporta il profilo spaziale dell'onda risultante
al variare della fase relativa.
Il valore della fase è riportato sulla circonferenza goniometrica in **verde**.



Con fase $2n\pi$ l'interferenza è *completamente costruttiva.*



animazione reperibile su:
http://phys23p.sl.psu.edu/phys_anim/waves/indexer_waves.html



Con fase di $(2n+1)\pi$ l'interferenza è *distruttiva*.

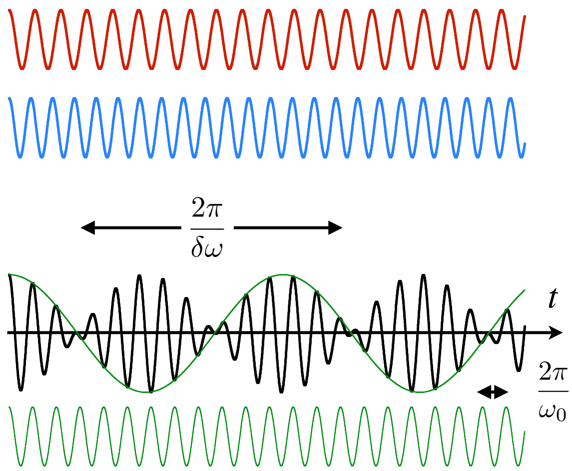
# Interferenza: battimenti

Due onde; stessa ampiezza e fase iniziale; pulsazioni (= sia frequenze che numeri d'onda in mezzi non dispersivi) differenti:

$$\psi_1(x,t) = \bar{A}e^{ik_1 x}e^{-i\omega_1 t}$$

$$\psi_2(x,t) = \bar{A}e^{ik_2 x}e^{-i\omega_2 t}$$

$$\psi(x,t) = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t)$$




definendo:

$$\omega_0 = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \qquad k_0 = \frac{k_1+k_2}{2}$$

$$\delta\omega = \frac{\omega_1-\omega_2}{2} \qquad \delta k = \frac{k_1-k_2}{2}$$

si ha:

$$\psi(x,t) = \bar{A}e^{i(k_0 x - \omega_0 t)} 2\cos(\delta k \cdot x - \delta\omega \cdot t)$$

Esercizio: verificare



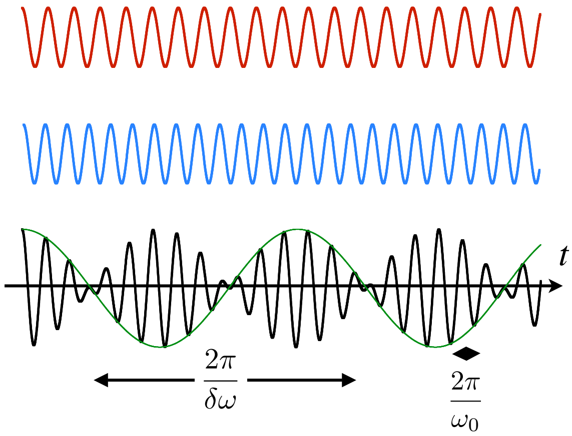
# Battimenti: un esempio

Battimenti generati da due sorgenti sonore:

440 Hz

442 Hz

insieme




$$\psi(x,t) = \bar{\psi}(x)e^{-i\omega_0 t} 2\cos(\delta\omega\, t)$$

p.es. in $x$=0.

$$\omega_0 = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$$

$$\delta\omega = \frac{\omega_1-\omega_2}{2}$$

Esercizio: contare il numero di massimi sonori in cinque secondi. Quanti sono? a che frequenza corrispondono? Discutere.

L'esempio è tratto da un'animazione reperibile su: http://faraday.physics.utoronto.ca/PVB/Harrison/Flash/ClassMechanics/Beats/Beats.html

# Velocità di fase e velocità di gruppo

Due onde; stessa ampiezza e fase iniziale; pulsazioni differenti:

$$\psi_1(x,t) = \bar{A}e^{ik_1x}e^{-i\omega_1 t}$$
$$\psi_2(x,t) = \bar{A}e^{ik_2x}e^{-i\omega_2 t}$$

$$\Rightarrow \quad \psi(x,t) = \bar{A}e^{i(k_0x-\omega_0 t)}2\cos(\delta k\cdot x - \delta\omega\cdot t)$$

con:
$$\omega_0 = \frac{\omega_1+\omega_2}{2} \qquad k_0 = \frac{k_1+k_2}{2}$$
$$\delta\omega = \frac{\omega_1-\omega_2}{2} \qquad \delta k = \frac{k_1-k_2}{2}$$

si definiscono:

velocità di fase: $v_f = \dfrac{\omega_0}{k_0}$

velocità di gruppo: $v_g = \dfrac{\delta\omega}{\delta k}$

Se il mezzo è *non dispersivo*, ovvero $v$ non dipende da *k, si ha:*

$$\omega_{1,2} = vk_{1,2}$$

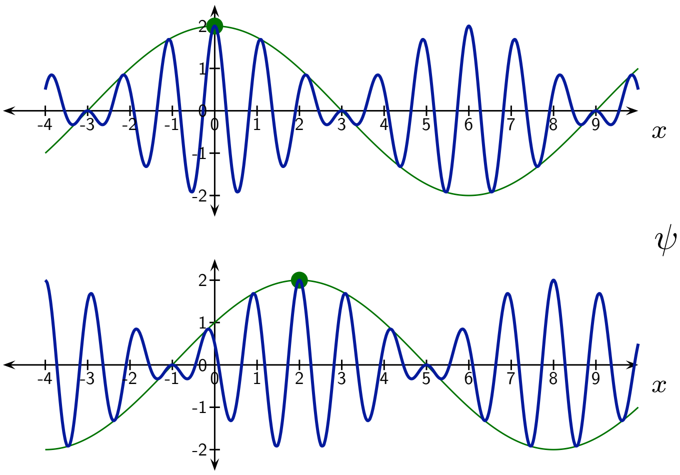
e si verifica subito che

$$v_g = v_f$$

altrimenti...



# Velocità di gruppo




$t = 0\,\mathrm{s}$

$$\psi(x,t) = \bar{\psi}(x)e^{-i\omega_0 t}2\cos(\delta\omega\, t)$$

$t = 1\,\mathrm{s}$

$v_g = 2\,\mathrm{m/s}$

$$\omega_0 = \frac{\omega_1+\omega_2}{2}$$
$$\delta\omega = \frac{\omega_1-\omega_2}{2}$$

Applet GroupVelocity.html

$$v_f = \frac{\omega_0}{k_0} = 1 \text{ (unità arbitrarie)}$$

$$v_g = \frac{\delta\omega}{\delta k}$$

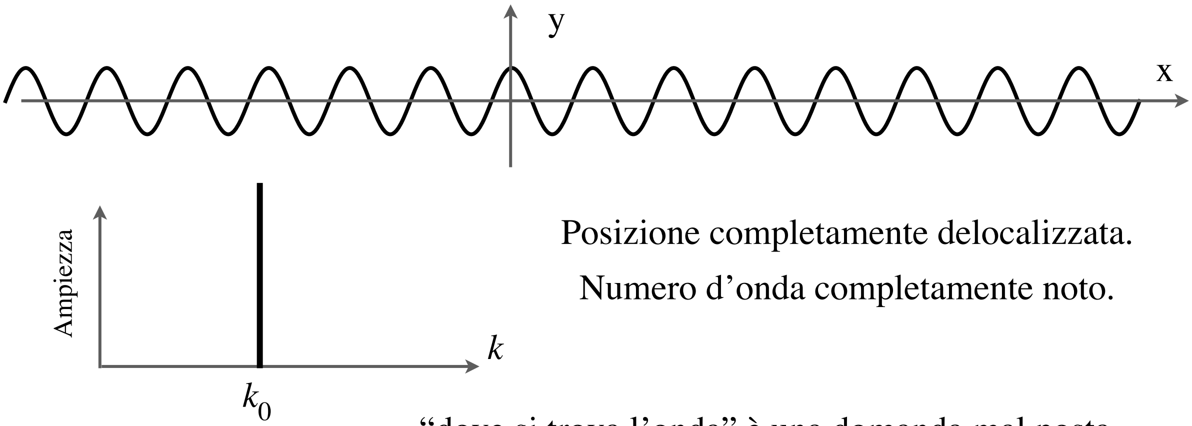
Applet reperibile su: http://Galileo.phys.Virginia.EDU/classes/109N/more_stuff/Applets/sines/GroupVelocity.html



# Pacchetti d'onda

# Posizione vs. numero d'onda

Onda armonica (a $t=0$). Infinitamente estesa.
Lunghezza d'onda $\lambda_0$. Numero d'onda $k_0=2\pi/\lambda_0$




Posizione completamente delocalizzata.

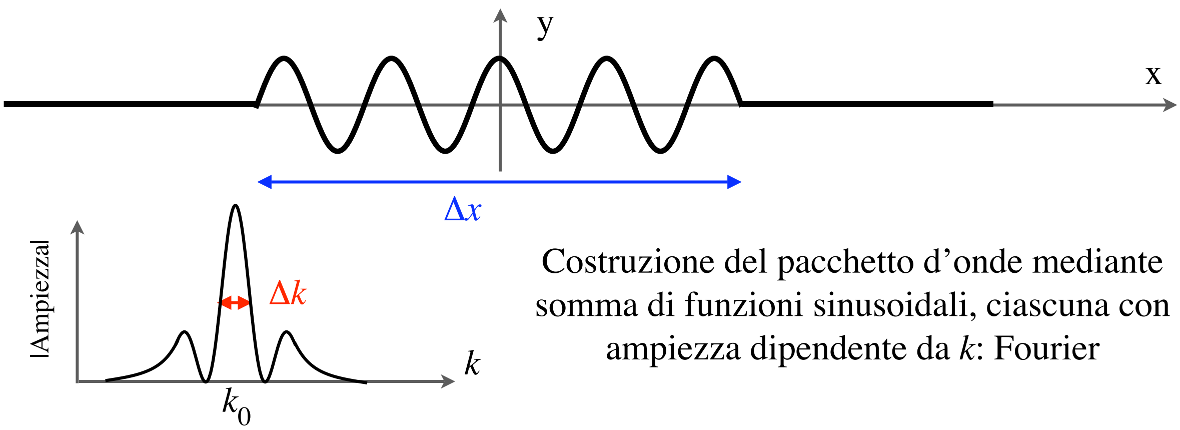
Numero d'onda completamente noto.

"dove si trova l'onda" è una domanda mal posta.
"qual è la lunghezza d'onda" è una domanda ben posta.



# Posizione vs. numero d'onda (2)

Si consideri un tratto, di lunghezza $\Delta x$,
di onda armonica di lunghezza d'onda $\lambda_0$ (e numero d'onda $k_0 = 2\pi / \lambda_0$):




Costruzione del pacchetto d'onde mediante somma di funzioni sinusoidali, ciascuna con ampiezza dipendente da $k$: Fourier

Onda localizzata <–> distribuzione di numeri d'onda con larghezza $\Delta k$.

"dove si trova l'onda" e "qual è la lunghezza d'onda"
sono domande non necessariamente ben poste.

# Pacchetto d'onda (cenni)

Un pacchetto d'onda è immaginabile come una somma (infinita) di onde del tipo:

$$\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)}$$

dove la somma viene effettuata *pesando* opportunamente i vari contributi a diverso $k$, ovvero:

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(k)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} dk$$

con (Fourier): $a(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}kx}\Psi(x)dx$

Attenzione: $\omega = \omega(k)$ non è una costante. Se a $t = 0$ (ovvero $\omega(k)t = 0$ nell'equazione sopra) il pacchetto ha una certa forma, questa in generale *cambia* al trascorrere del tempo, quando interviene il termine $\omega(k)t$.

In un pacchetto d'onda con numero d'onda $k_0$ (lunghezza d'onda) sufficientemente ben definito, le $a(k)$ saranno funzioni piccate attorno al valore di $k_0$ desiderato.



# Pacchetto d'onda gaussiano (cenni)

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(k)\mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} dk \quad \text{con } a(k) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma_k}\mathrm{e}^{-\frac{(k-k_0)^2}{2\sigma_k^2}}$$

$\sigma_k$ dà una misura dell'allargamento del pacchetto nello spazio $k$: $\sigma_k^2 = \left\langle (k - \langle k \rangle)^2 \right\rangle$

L'allargamento (quadratico medio) del pacchetto in spazio reale, attorno al valor medio $x$, è:

$$\sigma_x = \sqrt{\left\langle (x - \langle x \rangle)^2 \right\rangle}$$

A $t = 0$, si dimostra che

$$\Psi(x,0) = \psi(x) = A\mathrm{e}^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}k_0 x}$$

Esercizio: verificare usando le definizioni sopra con $t = 0$.

con $\boxed{\sigma_x \sigma_k = 1}$ "indeterminazione"

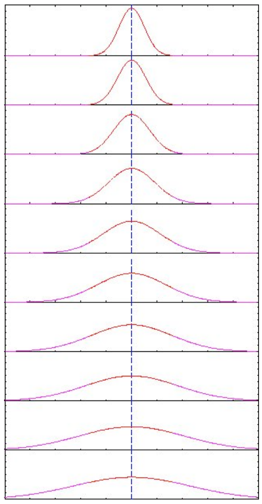
**quindi un pacchetto largo in $k$ è localizzato in $x$, e viceversa.**

# Pacchetto d'onda gaussiano (cenni): dispersione

$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(k) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} dk \quad \text{con} \quad a(k) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \mathrm{e}^{-\frac{(k-k_0)^2}{2\sigma_k^2}}$$

A $t \neq 0$, poiché (in generale) si ha $\omega = \omega(k)$, allora ogni componente di Fourier si propaga con velocità (di fase) $v_f = \omega/k$ _diversa_:

la forma del pacchetto evolve nel tempo.



In particolare, il pacchetto diverrà più largo ("disperso") spazialmente, relativamente alla posizione media (la posizione iniziale è in $x = 0$):

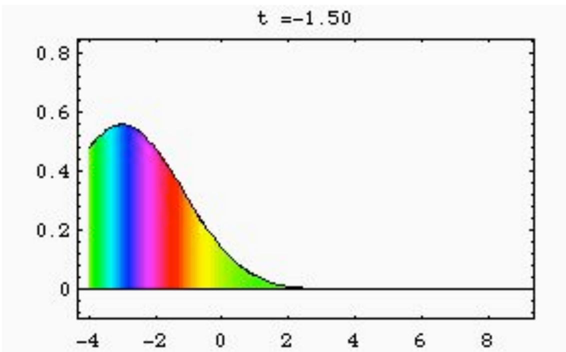
$$\langle x(t) \rangle = v_g t = \left. \frac{d\omega}{dk} \right|_{k_0} t$$

Alcuni esempi di discussioni si trovano su: http://musr.physics.ubc.ca/~jess/p200/gwp/gwp.html
http://electron6.phys.utk.edu/qm1/modules/m1/wavepacket.htm

Animazioni 1.3 e1.4 su: http://www.quantum-physics.polytechnique.fr/



# Evoluzione di un pacchetto gaussiano




$$\Psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} a(k) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} dk$$

$$a(k) = \frac{A}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} \mathrm{e}^{-\frac{(k-k_0)^2}{2\sigma_k^2}}$$

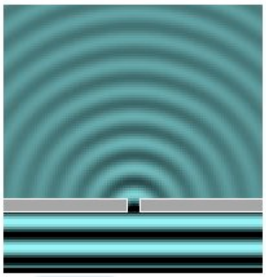
# Diffrazione



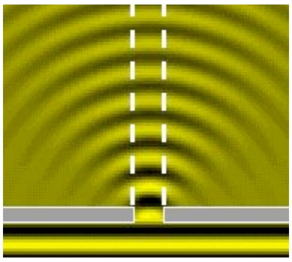
## Diffrazione

Un'onda che incontri un'apertura la oltrepassa e si allarga,
ovvero *diffrange*, nella zona oltre la barriera.
Più è stretta l'apertura, o maggiore è $\lambda$, maggiormente si "sparpaglia" l'onda.

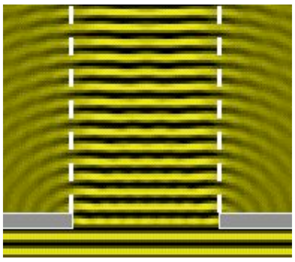
diffrazione da apertura



apertura più ampia



apertura più ampia



**Principio di Huygens**
Ogni punto di un fronte d'onda può essere pensato come una sorgente puntiforme di onde con stessa fase, frequenza, ampiezza. L'insieme di queste onde costituisce una nuova figura di interferenza.

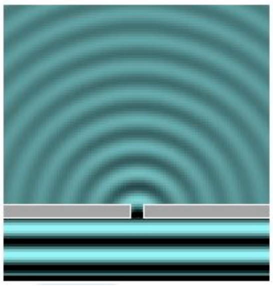
È un fenomeno usuale: il suono si propaga "dietro gli angoli".

Esercizio: discutere perché negli impianti stereo o home theater vi sono almeno due diffusori, destro e sinistro, per i medi e gli acuti, mentre si usa un solo subwoofer per i bassi profondi?)

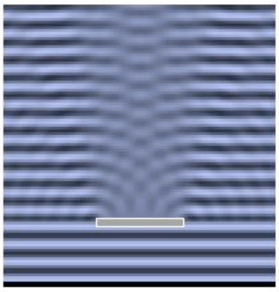
# Diffrazione

Il fenomeno della diffrazione riguarda anche:

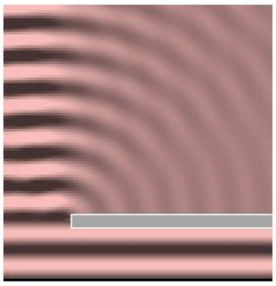
diffrazione da apertura



diffrazione da un ostacolo

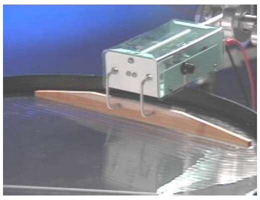


diffrazione da angolo

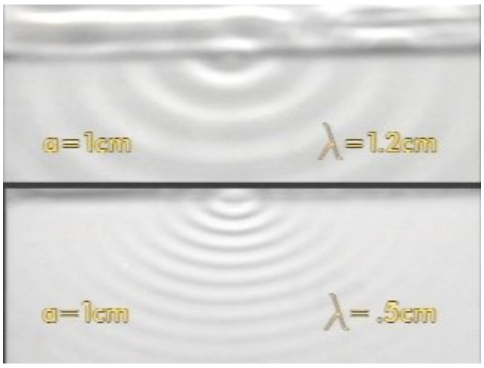


Principio di Huygens
Ogni punto di un fronte d'onda può essere pensato come una sorgente puntiforme di onde con stessa fase, frequenza, ampiezza. L'insieme di queste onde costituisce una nuova figura di interferenza.

# Diffrazione su uno specchio d'acqua



Onde diffondono attraverso un'apertura:




Onde di maggiore λ sono maggiormente *diffratte*.


Aperture maggiori diffrangono in misura minore

# Riassunto

- Fenomeni ondulatori. Definizioni.
- Rappresentazione analitica.
- Onde progressive e regressive. $\psi(x,t) = \psi_+(x - vt) + \psi_-(x + vt)$
- Onde armoniche. $\bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}$
- Onde stazionarie. $\psi(x,t) = 2\bar{\psi}(x)\cos(\omega t)$
- Interferenza
- Battimenti $\psi(x,t) = \bar{\psi}(x)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t} 2\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\Delta\phi}{2}} \cos\frac{\Delta\phi}{2}$
- Pacchetti d'onda: velocità di fase e di gruppo.
- Diffrazione