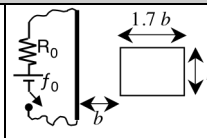


Un filo rettilineo è collegato, mediante fili molto lunghi, a un generatore di f.e.m. f_g tramite una resistenza R_g . Il circuito può essere considerato come un RL di tempo caratteristico τ . Una spira metallica rettangolare, di resistenza R , altezza h e base a , è posta come in figura (non in scala) con un lato a distanza $10a$ dal filo. Il circuito viene acceso al tempo $t = 0$. Determinare:



Un filo rettilineo è collegato, mediante fili molto lunghi, a un generatore di f.e.m. f_0 tramite una resistenza R_0 . Il circuito può essere considerato come un RL di tempo caratteristico τ . Una spira metallica rettangolare, di resistenza R , altezza h e base b , è posta come in figura (non in scala) con un lato a distanza $10b$ dal filo. Il circuito viene acceso al tempo $t = 0$. Determinare:

- 1] il valore massimo raggiunto dalla corrente nel filo, e l'istante di tempo al quale è raggiunto;
 2] il valore massimo raggiunto dalla corrente nella spira, e l'istante di tempo al quale è raggiunto.

Si tratti il filo come un filo rettilineo indefinito, e di resistenza $\ll R_g$; si trascurino l'autoinduzione della spira e il campo magnetico generato dalla spira stessa.

Dati: $f_g = 24 \text{ V}$; $R_g = 6 \text{ }\Omega$; $R = 10 \text{ }\Omega$; $h = 10 \text{ cm}$; $\tau = 1 \text{ }\mu\text{s}$;

Facoltativo: cambierebbero, e come, i risultati se la spira fosse ruotata di $\pi/2$ attorno al suo lato di lunghezza a ?

- 1] il valore massimo raggiunto dalla corrente nel filo, e l'istante di tempo al quale è raggiunto;
 2] il valore massimo raggiunto dalla corrente nella spira, e l'istante di tempo al quale è raggiunto.

Si tratti il filo come un filo rettilineo indefinito, e di resistenza $\ll R_0$; si trascurino l'autoinduzione della spira e il campo magnetico generato dalla spira stessa.

Dati: $f_0 = 50 \text{ V}$; $R_0 = 100 \text{ }\Omega$; $R = 250 \text{ }\Omega$; $h = 5 \text{ cm}$; $\tau = 1 \text{ }\mu\text{s}$;

Facoltativo: cambierebbero, e come, i risultati se la spira fosse ruotata di $\pi/2$ attorno al suo lato di lunghezza $1.7 a$?

I due casi sono pressoché identici. Si forniscono qui il procedimento e la soluzione del primo problema, e la sola soluzione del secondo.

1] Trattandosi di un RL, la corrente iniziale è nulla (l'induttore si oppone alla variazione di corrente), mentre a regime l'induttore è equipotenziale. Quindi il valore massimo della corrente è raggiunto a regime, ovvero per $t \gg \tau$ (formalmente, per $t \rightarrow \infty$):

$$I_{max} = f_g / R_g = 4 \text{ A.}$$

[similmente per il problema 2: $I_{max} = f_0 / R_0 = 0.5 \text{ A.}$]

2] Poiché nel filo circola una corrente variabile nel tempo

(circuito RL al transitorio):

$$I_{filo}(t) = I_{max} (1 - e^{-t/\tau}) = \frac{f_g}{R_g} (1 - e^{-t/\tau})$$

essa genera un campo \mathbf{B} variabile nel tempo

(campo del filo rettilineo indefinito):
$$B_{filo}(t) = \frac{\mu_0 I_{filo}(t)}{2\pi r} = \frac{\mu_0 f_g}{2\pi R_g r} (1 - e^{-t/\tau}) \quad (r: \text{distanza dal filo})$$

Di conseguenza, la spira concatena un flusso di \mathbf{B} variabile nel tempo

(calcolo del flusso)

$$\Phi_{spira}(\mathbf{B}_{filo}) = \int_{area\ spira} \mathbf{B}_{filo} \cdot \mathbf{n} dS = \int_{10a}^{11a} \frac{\mu_0 f_g}{2\pi R_g r} (1 - e^{-t/\tau}) h dr = \frac{\mu_0 f_g}{2\pi R_g} (1 - e^{-t/\tau}) h \ln 1.1$$

e quindi esiste una fem di intensità

(legge di Lenz)

$$|f| = \left| - \frac{d}{dt} \Phi_{spira}(\mathbf{B}_{filo}) \right| = \frac{\mu_0 f_g}{2\pi R_g} \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} h \ln 1.1$$

Quindi, esiste una corrente di intensità

(legge di Ohm):

$$I_{spira} = \frac{|f|}{R} = \frac{1}{R} \frac{\mu_0 f_g}{2\pi R_g} \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} h \ln 1.1$$

che è massima a $t = 0$ (a questa conclusione si poteva giungere direttamente, osservando che l'istante iniziale è quello di massima variazione di \mathbf{B} , e quindi del flusso etc etc.)

Numericamente, senza bisogno di calcolatrice (approssimando $\ln 1.1 \cong 0.1$):

$$I_{spira, max} \cong 0.8 \text{ mA}$$

Per il problema 2 (cambiano gli estremi di integrazione):
$$I_{spira} = \frac{|f|}{R} = \frac{1}{R} \frac{\mu_0 f_0}{2\pi R_0} \frac{e^{-t/\tau}}{\tau} h \ln 2.7$$

Numericamente, senza bisogno di calcolatrice (approssimando $\ln 2.7 \cong 1$):

$$I_{spira, max} \cong 20 \text{ }\mu\text{A}$$

Facoltativo: La rotazione della spira non ha alcun effetto sulla corrente massima nel filo, che quindi non ne viene alterata. Invece, poiché nella nuova posizione il flusso di \mathbf{B} concatenato alla spira è nullo (il piano della spira è parallelo a \mathbf{B}), la fem indotta è nulla e non circola mai corrente.