

Soluzioni schematiche degli esercizi aperti.

<p>La Terra ha diametro medio D. Il nostro pianeta produce un campo elettrico diretto verso il centro del pianeta e di intensità E_T alla superficie. 1] Supponendo che la carica elettrica sia distribuita in superficie, determinare la densità superficiale di carica. 2] Determinare la carica che andrebbe fornita a una particella di massa m perché essa levitasse (alla superficie terrestre). Si assuma che la Terra abbia forma approssimativamente sferica. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: $E_T = 110 \text{ N/C}$ $m = 22 \text{ mg}$ Facoltativo: se sulla Luna fosse depositata la medesima carica della Terra, cambierebbe (e come) il campo elettrico alla sua superficie rispetto al caso della Terra?</p>	<p>Un asteroide isolato ha forma approssimativamente sferica, con raggio medio R. A causa del bombardamento di raggi cosmici e di particelle cariche ha accumulato una carica elettrica non nulla, che si può immaginare distribuita uniformemente sulla superficie. Sapendo che a distanza $2R$ dalla superficie dell'asteroide il campo elettrico da esso generato vale E_A ed è diretto verso il centro dell'asteroide, 1] determinare la densità superficiale di carica. 2] Determinare la differenza di potenziale fra la superficie dell'asteroide e l'infinito. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: $E_A = 4 \text{ V/m}$ $R = 50 \text{ km}$ Facoltativo: in seguito a una collisione il volume dell'asteroide si riduce di 8 volte (rimanendo approssimativamente sferico), mentre la carica si riduce della metà. Cambierebbe (e come) il valore della differenza di potenziale della (nuova) superficie con l'infinito?</p>	<p>La Terra ha raggio medio R. Il nostro pianeta produce un campo elettrico diretto verso il centro del pianeta e di intensità E_T alla superficie. 1] Sapendo che a distanza R dalla superficie il suo potenziale elettrostatico (riferito all'infinito) vale V_0, determinare E_T. 2] Determinare la massa m che andrebbe fornita a una particella di carica q perché essa levitasse (alla superficie terrestre). Si assuma che la Terra abbia forma approssimativamente sferica. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: $V_0 = 350 \text{ MV}$; $R = 6380 \text{ Km}$; $q = 4.9 \mu\text{C}$ Facoltativo: detto R_L il raggio medio della Luna, supponendo che la Luna originasse, a distanza R_L dalla sua superficie, lo stesso potenziale V_0 (riferito all'infinito), cambierebbe (e come) il campo elettrico alla sua superficie rispetto al caso della Terra?</p>	<p>Un asteroide isolato ha forma approssimativamente sferica, con raggio medio R. A causa del bombardamento di raggi cosmici e di particelle cariche ha accumulato una carica elettrica non nulla, che si può immaginare distribuita uniformemente sulla superficie. Sapendo che a distanza R dalla superficie dell'asteroide il potenziale elettrostatico da esso generato vale V_A (rispetto all'infinito), 1] determinare la densità superficiale di carica. 2] Determinare il campo elettrico E_A nel punto in cui il potenziale (riferito all'infinito) è un quarto del suo valore alla superficie. Esprimere i risultati in formule e solo al termine dare i valori numerici. Dati: $V_A = 0.5 \text{ MV}$ $R = 90 \text{ km}$ Facoltativo: in seguito a una collisione il volume dell'asteroide si riduce di 8 volte (rimanendo approssimativamente sferico), mentre la carica si riduce della metà. Cambierebbe (e come) il valore del campo elettrico alla (nuova) superficie?</p>
<p>In tutti i casi si tratta di un problema a simmetria sferica, da trattare nella regione esterna a dove la carica si trova distribuita. Pertanto, detta Q la carica complessiva, indicando con r la distanza <u>dal centro del sistema</u>, si può fare riferimento alle espressioni per l'intensità del campo elettrico E e per il potenziale riferito all'infinito $V(r)$ (coincidenti con il caso della carica puntiforme) riportate a lato. Inoltre, detto R il raggio della sfera, la carica complessiva vale:</p>		$E(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [1]$ $V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \quad [2]$	
<p>Ovviamente, $R = D/2$. Inoltre, alla superficie $r = D/2$. Sostituendo la [3] nella [1], essendo il campo diretto verso il centro (carica negativa), si ha: $\rho_S = -\epsilon_0 E_T \approx -0.97 \text{ nC m}^{-2}$ Per levitare, la forza di Coulomb e la forza di gravità devono equilibrarsi: $mg + qE_T = 0$ Quindi: $q = -mg/E_T \approx -1.96 \mu\text{C}$</p>	<p>$E_A = E(3R)$ Sostituendo la [3] nella [1], essendo il campo diretto verso il centro (carica negativa), si ha: $\rho_S = -3^2 \epsilon_0 E_A \approx -320 \text{ pC m}^{-2}$ Inserendo nella [2] la [1], $V(r) = rE(r)$. Inoltre, alla superficie ($r=R$): $E_A = E(3R) = E(R)/9$, quindi (campo diretto verso il centro): $V(R) = -9 R E_A \approx -1.8 \text{ MV}$</p>	<p>Poiché il campo è diretto verso il centro, i dati di V_0 e q vanno intesi in modulo (interpretazioni alternative –se coerenti– sono state comunque considerate positivamente). Si ha $V_0 = V(2R)$, mentre $E_T = E(R)$. Quindi: $E_T = 2 V_0 / R \approx 110 \text{ N/C}$. Per levitare, la forza di Coulomb e la forza di gravità devono equilibrarsi, quindi: $m = qE_T / g \approx 55 \text{ mg}$</p>	<p>Si ha $V_A = V(2R)$. In base alle [2] e [3]: $\rho_S = 2\epsilon_0 V_A / R \approx 98 \text{ pC m}^{-2}$. Cerco R' tale che $V(R') = V(R)/4$. Dalla [2], $R' = 4R$. Quindi $E_A = E(4R) = V_A / 8R \approx 0.7 \text{ N/C}$</p>
<p>Essendo la carica la medesima, ma il raggio minore, in base alla [3] il campo alla superficie della Luna sarebbe maggiore.</p>	<p>Il volume della sfera è $4\pi R^3/3$. Quindi se il volume si riduce a 1/8, il raggio dimezza. Scrivendo la [2] per $Q/2$ e $R/2$ si ottiene che il risultato non cambia.</p>	<p>Il raggio della Luna R_L è minore di quello della Terra. Se a distanza (dal centro) pari a $2 R_L$ il potenziale fosse ancora V_0, il campo sarebbe $E(R_L) = 2 V_0 / R_L > E_T$</p>	<p>Il volume della sfera è $4\pi R^3/3$. Quindi se il volume si riduce a 1/8, il raggio dimezza. Scrivendo la [1] per $Q/2$ e $R/2$ si ottiene che il nuovo campo è di intensità doppia.</p>