

E. Silva

Raccolta di esercizi di Elettricità e Magnetismo

parte I

Questo fascicolo raccoglie alcuni esercizi assegnati agli esami di:

Fisica Generale II-1° modulo, Ingegneria Elettronica
Fisica Generale I-2° modulo, Ingegneria Informatica
Elettricità e Magnetismo, Ingegneria Elettronica
Elettricità e Magnetismo, Ingegneria Informatica

I temi degli esercizi di questo fascicolo riguardano i campi elettrici e magnetici di varie distribuzioni di cariche e correnti.

È proibita qualunque riproduzione di questo fascicolo, anche parziale, in libri, pubblicazioni anche telematiche, cd, dvd, siti web e ogni altra forma di pubblicazione senza il consenso scritto dell'autore.

In particolare, è proibita la vendita di questo fascicolo o di parti di esso in qualunque forma.

Il fascicolo è posto in libera consultazione senza garanzia dell'assenza di errori di stampa.

Il fascicolo viene periodicamente rivisto.

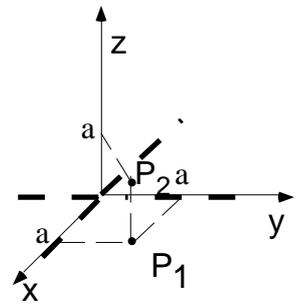
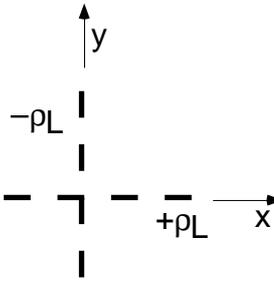
Questa edizione è stata aggiornata il 22 maggio 2003

Questo fascicolo consta di 12 pagine, inclusa questa.

Questi esercizi riguardano solo una parte del programma del corso di Elettricità e Magnetismo.

-) Due fili rettilinei non conduttori (da considerare infinitamente estesi), uniformemente carichi con carica per unità di lunghezza ρ_L uguale in modulo e opposta in segno, giacciono su un medesimo piano e formano fra loro un angolo di $\pi/2$, identificando gli assi cartesiani x e y . Facendo riferimento alle figure, si calcoli:

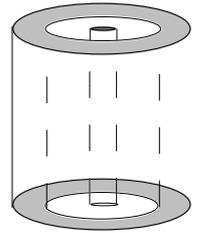
- a) L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) sulla retta bisettrice del primo quadrante del piano xy , e sull'asse z (non si consideri l'origine)
 b) il grafico di $|\mathbf{E}|$ in funzione della distanza dall'origine, lungo la bisettrice del primo quadrante del piano xy .
 c) Il valore numerico di $|\mathbf{E}|$ nel punto di coordinate $(l, l, 0)$ e nel punto $(0, 0, l)$, con $l = 2$ cm.
 d) La differenza di potenziale $\Delta V = V(P_1) - V(P_2)$ fra i generici punti P_1 e P_2 , di coordinate $(a, a, 0)$ e (a, a, a) , rispettivamente.



Si identifichino eventuali regioni dello spazio dove il vettore campo elettrico è parallelo al piano xy .

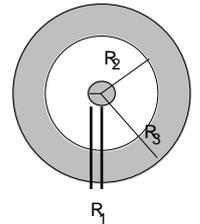
Valori numerici: $\rho_L = 3 \text{ nC m}^{-1}$;

-) Un filo conduttore cilindrico, rettilineo, di raggio R_1 , e da considerarsi infinito, è circondato da una buccia cilindrica coassiale, anch'essa infinita, di raggi interni ed esterni R_2 ed R_3 , rispettivamente (la figura non è in scala). Ambedue i conduttori sono carichi, con una carica per unità di lunghezza (densità lineare equivalente ρ_L) di stesso modulo e segno opposto. Il conduttore centrale è carico positivamente. Si chiede:



- a) L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
 b) L'espressione della differenza di potenziale fra il conduttore interno e un punto generico in tutto lo spazio.
 c) Il valore numerico del campo e della differenza di potenziale a distanza $d_I = 1.7 R_1$ dalla superficie del conduttore interno.
 d) Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica positiva $|Q_0|$ da R_3 a R_1 , supponendo di poter trascurare gli effetti di induzione generati dalla piccola carica $|Q_0|$.

Valori numerici: $|\rho_L| = 1.1 \cdot 10^{-10} \text{ C m}^{-1}$; $R_1 = 1 \text{ mm}$; $R_2 = 1 \text{ m}$;
 $1 \text{ m} < R_3 < 1.5 \text{ m}$; $|Q_0| = 0.434 \text{ nC}$



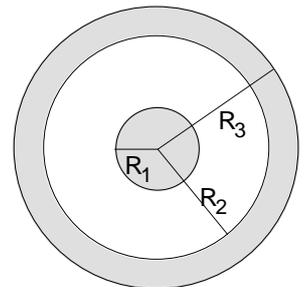
-) Un cilindro non conduttore di raggio R_1 è uniformemente carico nel suo volume, con $\rho_V > 0$. Esso è racchiuso da una buccia cilindrica conduttrice coassiale carica negativamente, di raggi interno R_2 ed esterno R_3 (la figura in sezione non è in scala). Ambedue le strutture hanno la stessa quantità di carica per unità di lunghezza.

Valgono le relazioni: $R_2 = 3 R_1$, $R_3 = 3.5 R_1$

Si chiede:

- a) L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
 b) L'espressione, in tutto lo spazio, della differenza di potenziale fra un punto sull'asse del sistema, e un punto generico, $\Delta V = V(0) - V(P)$.
 c) Il grafico di ΔV in tutto lo spazio.
 d) Il valore numerico del campo e di ΔV a distanza $d_I = 2.7 R_1$ dall'asse del sistema.
 e) Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica $Q_0 < 0$ dall'asse del sistema alla superficie del cilindro interno.

Valori numerici: $\rho_V = 18 \text{ nC m}^{-3}$; $R_1 = 10 \text{ cm}$; $Q_0 = -3 \text{ nC}$



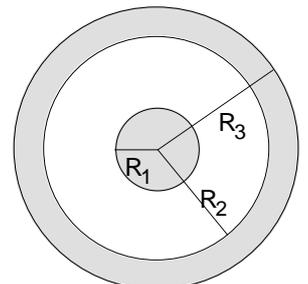
-) Una sfera non conduttrice di raggio R_1 è uniformemente carica nel suo volume, con carica complessiva $Q_t > 0$. Essa è racchiusa da una buccia sferica conduttrice omocentrica neutra, di raggi interno R_2 ed esterno R_3 (la figura non è in scala).

Valgono le relazioni: $R_2 = 2.5 R_1$, $R_3 = 3.5 R_1$

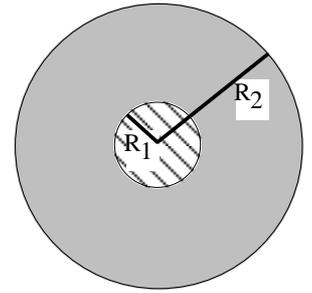
Si chiede:

- a) L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
 b) L'espressione del potenziale in tutto lo spazio.
 c) Il grafico del potenziale in tutto lo spazio.
 d) Il valore numerico del campo e del potenziale a distanza $d_I = 3 R_1$ dal centro del sistema.
 e) Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica $Q_0 > 0$ dal centro del sistema alla superficie della sfera carica.

Valori numerici: $Q_t = 3.5 \text{ nC}$; $R_1 = 10 \text{ cm}$; $Q_0 = 0.2 \text{ nC}$



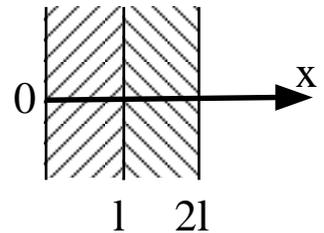
-) Una sfera non conduttrice di raggio R_1 è uniformemente carica nel suo volume, con carica totale $Q_1 < 0$, e riempie senza intercedimenti una sfera cava conduttrice, ad essa omocentrica, carica negativamente, di raggio esterno $R_2 = 16 R_1$ (la figura in sezione non è in scala). La struttura metallica ha la stessa quantità di carica della sfera non conduttrice interna.



Si chiede:

- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
 - L'espressione, in tutto lo spazio, del potenziale $V(P)$.
 - Il grafico di V in tutto lo spazio.
 - Il valore numerico del campo e di V alle distanze $d_1 = 3/2 R_1$ e $d_2 = 1/2 R_1$ dal centro del sistema.
 - Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica $Q_0 > 0$ dal centro del sistema all'infinito.
- Valori numerici: $Q_1 = -32 \text{ nC}$; $R_1 = 40 \text{ cm}$; $Q_0 = 1 \text{ nC}$

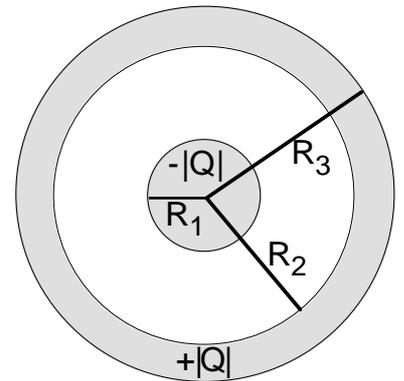
-) Due lastre di spessore l , da considerarsi infinitamente estese lungo le altre direzioni, sono uniformemente cariche nel volume con densità di carica ρ_1 e ρ_2 , rispettivamente. La lastra 1 è carica positivamente, $\rho_1 > 0$, e la lastra due negativamente, con $\rho_2 = -\rho_1$. Le due lastre sono adiacenti. L'asse x è normale ad esse, e l'origine è fissata come in figura. Si chiede:



- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
- L'espressione, in tutto lo spazio, della differenza di potenziale rispetto all'origine: $\Delta V(P) = V(0) - V(P)$, con $P = P(x, y, z)$.
- Il grafico di ΔV in tutto lo spazio.
- Il valore numerico del campo e di ΔV per $x_1 = l$ e $x_2 = 2l$.
- Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica $Q_0 > 0$ da $x_0 = 0$ a x_2 , in formula e come valore numerico

Valori numerici: $\rho_1 = 9 \text{ nc m}^{-3}$; $l = 20 \text{ cm}$; $Q_0 = 0.1 \text{ nC}$

-) Una sfera conduttrice di raggio R_1 è carica di una quantità di carica negativa $-|Q|$. Tale sfera è racchiusa da una buccia sferica omocentrica anch'essa conduttrice di raggi interno ed esterno R_2 ed R_3 , rispettivamente (la figura non è in scala). Anche la buccia è carica, con carica $+|Q|$. Si chiede:



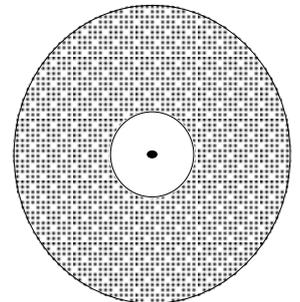
- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
- L'espressione del potenziale in tutto lo spazio.
- Il valore numerico del campo e del potenziale a distanza $d_1 = 4 R_1$ dalla superficie della sfera interna.
- Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica negativa $-|Q_0|$ dalla distanza $d_2 = 9 R_1$ alla distanza $d_1 = 4 R_1$ rispetto alla superficie della sfera interna, supponendo di poter trascurare gli effetti di induzione generati dalla piccola carica $-|Q_0|$.

Valori numerici: $|Q| = 28 \text{ nC}$; $R_1 = 10 \text{ cm}$; $R_2 = 2 \text{ m}$; $|Q_0| = 0.1 \text{ pC}$

-) Una carica puntiforme negativa Q è posta al centro di una buccia sferica conduttrice di raggi interno ed esterno R_1 ed R_2 , rispettivamente (la figura non è in scala). Si chiede:

- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
- L'espressione del potenziale in tutto lo spazio.
- Il valore numerico del campo e del potenziale a distanza $d = 10 R_2$ dalla carica puntiforme.
- Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica negativa Q_0 dalla distanza $d_2 = 10 R_2$ alla distanza $d_1 = 10 R_2$

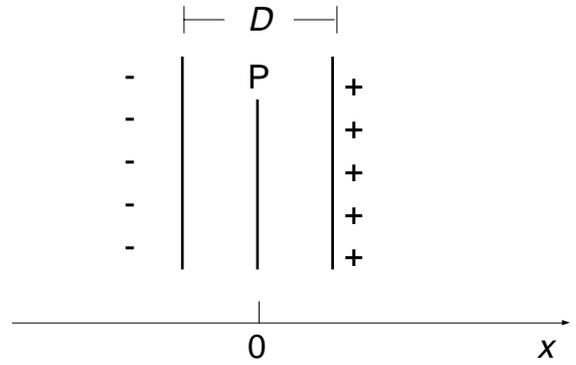
Valori numerici: $Q = -6.28 \text{ nC}$; $R_1 = 2 \text{ cm}$; $R_2 = 2 \text{ m}$; $Q_0 = -3 \text{ nC}$



-) Due strati, uniformemente carichi con opposta densità superficiale di carica $-\rho_S$ e $+\rho_S$, sono posti parallelamente fra loro a una distanza D . Il sistema è nel vuoto. Si chiede:

- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio (modulo, direzione e verso).
- La differenza di potenziale ΔV fra il piano di mezzeria P, situato in $x = 0$, e un generico punto a distanza x da esso.
- Il valore numerico del campo \mathbf{E} e della differenza di potenziale ΔV a distanza $x_0 = 10 D$ dal piano di mezzeria.
- Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica positiva Q_0 da $x = 0$ a x_0

Valori numerici: $\rho_S = 10 \text{ nC cm}^{-2}$; $D = 20 \text{ cm}$; $Q_0 = 3 \text{ nC}$



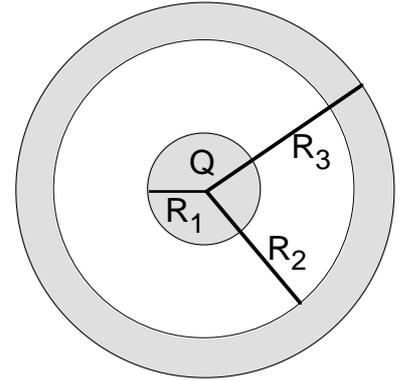
-) Una sfera conduttrice di raggio R_1 possiede una quantità di carica $Q < 0$. Tale sfera è racchiusa da una buccia sferica conduttrice omocentrica neutra, di raggi interno R_2 ed esterno R_3 (la figura non è in scala).

Valgono le relazioni: $R_2 = 4.5 R_1$, $R_3 = 2 R_2$

Si chiede:

- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
- L'espressione del potenziale in tutto lo spazio.
- Il grafico del potenziale in tutto lo spazio.
- Il valore numerico del campo e del potenziale a distanza $d_1 = 2 R_1$ e $d_2 = 4 R_1$ dalla superficie della sfera interna.
- Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica $Q_0 > 0$ dalla distanza d_1 alla distanza $d_3 = 17 R_1$ dalla superficie della sfera interna, supponendo di poter trascurare gli effetti di induzione generati dalla piccola carica Q_0 .

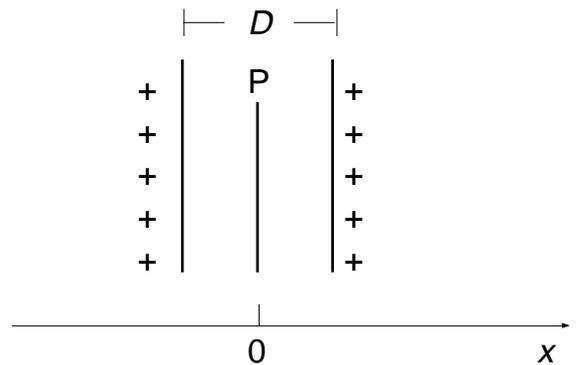
Valori numerici: $Q = -9 \text{ nC}$; $R_1 = 10 \text{ cm}$; $Q_0 = 3 \text{ pC}$



-) Due strati, uniformemente carichi con stessa densità superficiale di carica $\rho_S > 0$ sono posti parallelamente fra loro a una distanza D . Il sistema è nel vuoto. Si chiede:

- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio (modulo, direzione e verso).
- La differenza di potenziale fra il piano di mezzeria P, situato in $x = 0$, e un generico punto a distanza x da esso, $\Delta V = V(P) - V(x)$
- Il grafico del potenziale in tutto lo spazio
- Il valore numerico del campo \mathbf{E} e della differenza di potenziale ΔV a distanza $x_0 = 10 D$ e $x_1 = D/2$ dal piano di mezzeria.
- Il lavoro speso da un operatore esterno per portare una carica positiva Q_0 da $x = 0$ a x_0

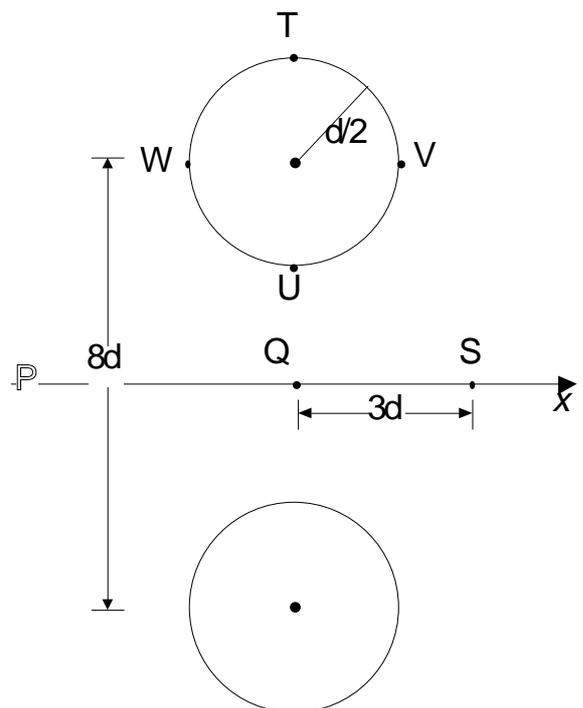
Valori numerici: $\rho_S = 18 \text{ nC m}^{-2}$; $D = 10 \text{ cm}$; $Q_0 = 6 \text{ nC}$



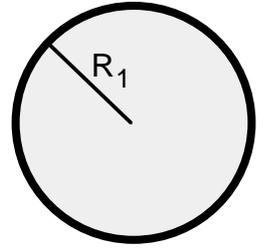
-) La figura rappresenta la vista in sezione di due cilindri retti identici, paralleli, supposti indefiniti, e uniformemente carichi nel loro volume. La carica per unità di lunghezza del cilindro vale ρ_L . I loro assi distano $8d$, e il loro raggio vale $d/2$ (la figura non è in scala). P rappresenta un piano parallelo alle generatrici dei cilindri, equidistante da essi. Si chiede:

- L'espressione del vettore campo elettrico sul piano P in funzione della coordinata x ($x=0$ in Q).
- Il valore numerico del campo nel punto Q (mezza distanza fra i cilindri) e nel punto S (giacente sul piano P, a distanza $3d$ dalla congiungente degli assi dei cilindri).
- La differenza di potenziale fra due punti generici P_1 e P_2 , appartenenti agli assi di simmetria dei cilindri.
- Il lavoro speso dalle forze del campo per portare una carica positiva Q_0 da T a U, e da V a W (tutti i punti sono sulla superficie del cilindro).

Valori numerici: $d = 3 \text{ m}$ $\rho_L = 2.5 \text{ nC m}^{-1}$; $Q_0 = 1.5 \text{ } \mu\text{C}$



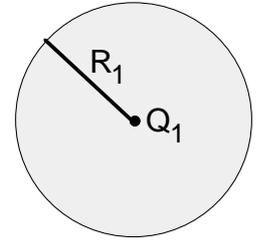
→ Una sfera non conduttrice, di raggio R_1 , è uniformemente carica con carica totale $Q_1 < 0$. Essa è racchiusa da una buccia sferica omocentrica, conduttrice, di medesimo raggio e spessore trascurabile, sulla quale è depositata una carica $Q_1/2$. Si chiede:



- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico del valore algebrico di \mathbf{E} in funzione della distanza dal centro del sistema.
- L'espressione del potenziale, V , in tutto lo spazio.
- il grafico di V in funzione della distanza dal centro del sistema.
- I valori numerici di E e V nel centro del sistema e a distanza $2R_1$ dal medesimo.

Valori numerici: $Q_1 = 1 \text{ nC}$; $R_1 = 3 \text{ cm}$

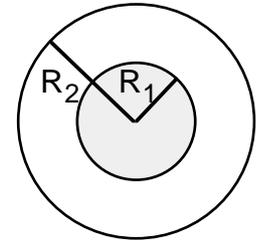
→ Una carica puntiforme $Q_1 > 0$ è inserita al centro di una sfera non conduttrice, di raggio R_1 , uniformemente carica con carica totale $-Q_1$. Si chiede:



- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico del valore algebrico di \mathbf{E} in funzione della distanza dal centro del sistema.
- L'espressione del potenziale, V , in tutto lo spazio.
- il grafico di V in funzione della distanza dal centro del sistema.
- I valori numerici di E e V alle distanze $2R_1$ e $R_1/2$ dal centro del sistema.

Valori numerici: $Q_1 = 4 \text{ nC}$; $R_1 = 1 \text{ cm}$

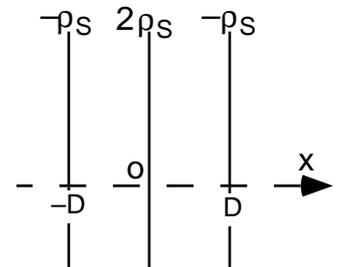
→ Una sfera conduttrice, di raggio R_1 , è circondata da una buccia sferica omocentrica, anch'essa conduttrice, di spessore trascurabile, di raggio $R_1 = R_2/2$. Sulla sfera interna è depositata una carica $Q_1 > 0$, mentre sul conduttore esterno è depositata una carica $-Q_1/2$. Si chiede:



- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico del valore algebrico di \mathbf{E} in funzione della distanza dal centro del sistema.
- L'espressione del potenziale, V , in tutto lo spazio.
- il grafico di V in funzione della distanza dal centro del sistema.
- I valori numerici di E e V nel centro del sistema e a distanza $2R_2$ dal medesimo.

Valori numerici: $Q_1 = 2 \text{ nC}$; $R_2 = 2.5 \text{ cm}$

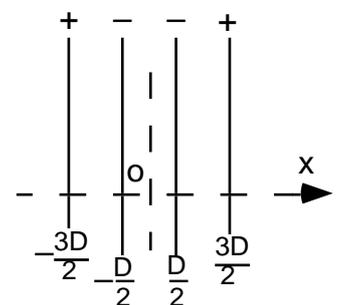
→ Tre strati uniformemente carichi, fra loro paralleli, sono disposti in corrispondenza delle ascisse $-D, 0, D$ come in figura. Lo strato interno ha densità superficiale di carica $2\rho_S > 0$, i due esterni hanno densità di carica superficiale $-\rho_S$. Si chiede:



- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico della componente x di \mathbf{E} in funzione di x .
- L'espressione della differenza di potenziale rispetto ad un punto con ascissa 0, $V - V(0)$, in tutto lo spazio.
- il grafico di $V - V(0)$ in funzione di x .
- I valori numerici di E e $V - V(0)$ in corrispondenza delle ascisse $x_1 = D/2$, $x_2 = 2D$.

Valori numerici: $\rho_S = 1 \text{ nC m}^{-2}$; $D = 9 \text{ cm}$

→ Quattro strati uniformemente carichi, fra loro paralleli, sono disposti in corrispondenza delle ascisse $-3D/2, -D/2, D/2, 3D/2$ come in figura. I due strati esterni hanno densità superficiale di carica $\rho_S > 0$, i due interni hanno densità di carica superficiale $-\rho_S$. Si chiede:



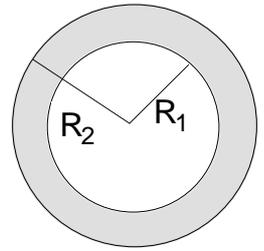
- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico della componente x di \mathbf{E} in funzione di x .
- L'espressione della differenza di potenziale rispetto ad un punto con ascissa 0, $V - V(0)$, in tutto lo spazio.
- il grafico di $V - V(0)$ in funzione di x .
- I valori numerici di E e $V - V(0)$ in corrispondenza delle ascisse $x_1 = 0$, $x_2 = 2D$.

Valori numerici: $\rho_S = 4.4 \text{ nC m}^{-2}$; $D = 7 \text{ cm}$

→ All'interno di una buccia sferica, di raggio interno R_1 e raggio esterno R_2 , è distribuita uniformemente una carica positiva con densità di carica ρ_V . Si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico del valore algebrico di \mathbf{E} in funzione della distanza dal centro del sistema.
- L'espressione del potenziale, V , in tutto lo spazio.
- il grafico di V in funzione della distanza dal centro del sistema.
- I valori numerici di E e V nel centro del sistema e alla distanza R_2 dal centro stesso.

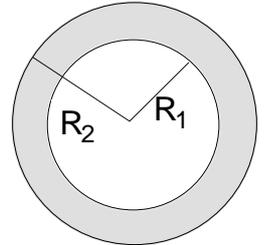
Valori numerici: $\rho_V = 27 \text{ nC m}^{-3}$; $R_1 = 1 \text{ cm}$; $R_2 = 2 \text{ cm}$



→ All'interno di una buccia cilindrica, di raggio interno R_1 , raggio esterno R_2 , e infinitamente estesa nella direzione dell'asse, è distribuita uniformemente una carica positiva con densità di carica ρ_V (la figura è in sezione) Si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- il grafico del valore algebrico di \mathbf{E} in funzione della distanza dall'asse del sistema.
- L'espressione della differenza di potenziale rispetto all'asse del sistema, $\Delta V = V - V(0)$, in tutto lo spazio.
- il grafico di ΔV in funzione della distanza dall'asse del sistema.
- I valori numerici di E e ΔV sull'asse del sistema e alla distanza $x_0 = 2.7 \text{ cm}$ da esso.

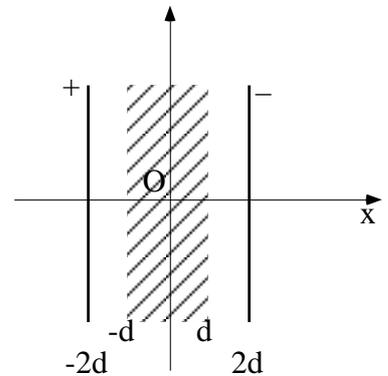
Valori numerici: $\rho_V = 81 \text{ nC m}^{-3}$; $R_1 = 1 \text{ cm}$; $R_2 = 3 \text{ cm}$



→ Due strati piani paralleli, non conduttori (da considerare infinitamente estesi), uniformemente carichi con densità superficiale di carica ρ_S uguale in modulo e opposta in segno (v. figura), sono perpendicolari all'asse x (la figura riporta la vista in sezione) e disposti sulle ascisse $-2d$ e $2d$. Al loro interno, centrata e parallela ad essi è disposta una lastra conduttrice neutra, a facce piane e parallele, di spessore $2d$, anch'essa da considerarsi infinitamente estesa nelle direzioni y e z . Facendo riferimento alla figura, si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio
- il grafico di E (valore algebrico) in funzione di x .
- La differenza di potenziale $\Delta V = V(O) - V(P)$ fra l'origine e un generico punto $P(x,y,z)$.
- il grafico di ΔV in funzione di x .
- Il valore numerico di E e ΔV nei punti di coordinate $(3d, 0, 0)$ e nel punto $(3d/2, 0, 0)$

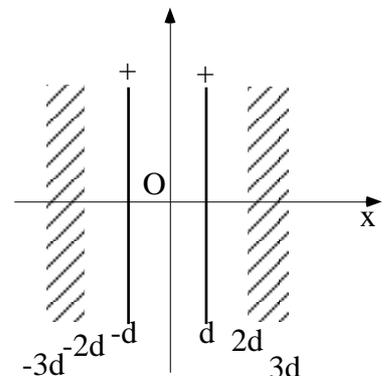
Valori numerici: $\rho_S = 9 \text{ nC m}^{-2}$; $d = 1 \text{ cm}$



→ Due strati piani paralleli, non conduttori (da considerare infinitamente estesi), uniformemente carichi con stessa densità superficiale di carica $\rho_S > 0$, sono perpendicolari all'asse x (la figura riporta la vista in sezione) e disposti sulle ascisse $-d$ e d . Al loro esterno, simmetriche e parallele ad essi sono disposte due lastre conduttrici neutre, a facce piane e parallele, di spessore d , anch'esse da considerarsi infinitamente estese nelle direzioni y e z . Facendo riferimento alla figura, si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio
- il grafico di E (valore algebrico) in funzione di x .
- La differenza di potenziale $\Delta V = V(O) - V(P)$ fra l'origine e un generico punto $P(x,y,z)$.
- il grafico di ΔV in funzione di x .
- Il valore numerico di E e ΔV nei punti di coordinate $(5d/2, 0, 0)$ e nel punto $(3d/2, 0, 0)$

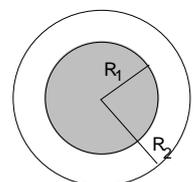
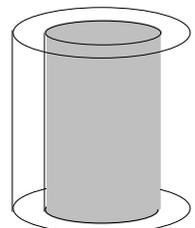
Valori numerici: $\rho_S = 6 \text{ nC m}^{-2}$; $d = 4 \text{ cm}$



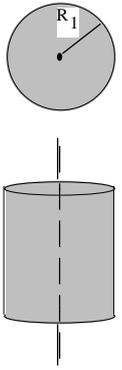
→ Un filo conduttore cilindrico, rettilineo, di raggio R_1 , e da considerarsi infinito, è circondato da una buccia coassiale, anch'essa infinita, di raggio $R_2 = 2.7 R_1$, e spessore trascurabile (la figura non è in scala). Ambedue i conduttori sono carichi, con stessa carica per unità di lunghezza (densità lineare equivalente ρ_L), positiva. Si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio
- il grafico di E (valore algebrico) in funzione della distanza r dall'asse del sistema.
- La differenza di potenziale $\Delta V = V(O) - V(P)$ fra un punto sull'asse del sistema e un generico punto $P(x,y,z)$.
- il grafico di ΔV in funzione di r .
- Il valore numerico di E e ΔV a distanza $d_1 = 0.99 \text{ cm}$ e $d_2 = 1.1 \text{ cm}$ dall'asse.

Valori numerici: $\rho_L = 1.1 \text{ nC m}^{-2}$; $R_1 = 1 \text{ cm}$



- Un sottile filo rettilineo indefinito, uniformemente carico con densità lineare di carica $\rho_L > 0$, è incastonato in corrispondenza dell'asse di un cilindro di raggio R_1 , da considerarsi infinitamente esteso, carico uniformemente con densità di carica di volume $\rho_V < 0$. Sussiste la relazione: $\rho_L = -\rho_V \pi R_1^2$. Facendo riferimento alla figura, che riporta la vista in sezione e in prospettiva, si chiede:

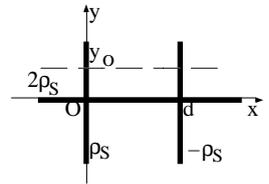


- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- Il grafico di E_r (componente \mathbf{E} lungo la distanza dall'asse in funzione di r).
- La differenza di potenziale $\Delta V(r) = V(r) - V(R_1)$ fra un generico punto a distanza r e un punto sulla superficie del cilindro.
- Il grafico di ΔV in funzione di r .
- Il valore numerico di $|\mathbf{E}|$ e ΔV alla distanza $d_1 = R_1/2.5$ dall'asse

Valori numerici: $\rho_L = 1.1 \text{ nC m}^{-1}$; $R_1 = 1 \text{ cm}$

- Lo strato positivo (densità superficiale di carica $\rho_S > 0$) di un doppio strato coincide col piano $x=0$, mentre lo strato negativo (densità superficiale di carica $-\rho_S$) coincide col piano $x=d$. Un terzo strato, con densità di carica superficiale $2\rho_S$, è perpendicolare ad essi e coincide col piano $y=0$. Gli strati vanno considerati infinitamente estesi. Facendo riferimento alla figura, che riporta la vista in sezione, si chiede:

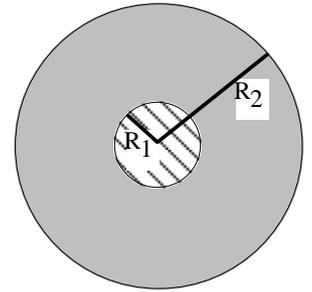
- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
 - Il grafico di E_x (componente x di \mathbf{E}) in funzione di x .
- Presi una qualunque retta parallela all'asse x , che interseca il piano $x=0$ nel punto (y_0, z_0) , con $y_0 > 0$, si chiede:
- La differenza di potenziale $\Delta V = V(x, y_0, z_0) - V(0, y_0, z_0)$ fra un generico punto della retta e l'intersezione suddetta.
 - Il grafico di ΔV in funzione di x .
 - Il valore numerico di $|\mathbf{E}|$ e ΔV nei punti di coordinate $(d/2, y_0, z_0)$ e $(-d/2, y_0, z_0)$



Valori numerici: $\rho_S = 9 \text{ nC m}^{-2}$; $d = 4 \text{ cm}$

- Un cilindro di raggio R_1 , da considerarsi infinitamente esteso, è carico uniformemente con densità di carica di volume $\rho_V > 0$. Il cilindro è racchiuso da una buccia metallica cilindrica neutra ad esso coassiale, di raggio interno R_1 ed esterno $R_2 = 2R_1$. Facendo riferimento alla figura, che riporta la vista in sezione, si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- Il grafico di E_r (componente \mathbf{E} lungo la distanza dall'asse in funzione di r).
- La differenza di potenziale $\Delta V(r) = V(r) - V(0)$ fra un generico punto a distanza r e l'asse del sistema.
- Il grafico di ΔV in funzione di r .
- Il valore numerico di $|\mathbf{E}|$ e ΔV alle distanze $d_1 = R_1/2$ e $d_2 = 3R_1/2$ dall'asse

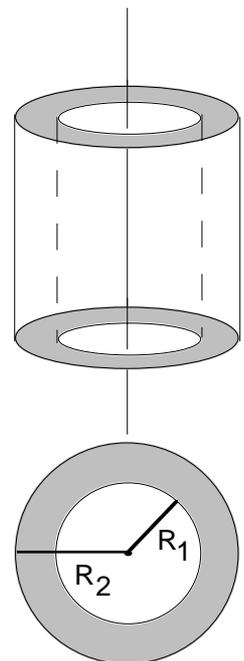


Valori numerici: $\rho_V = 18 \text{ nC m}^{-3}$; $R_1 = 2 \text{ cm}$

- Un filo rettilineo indefinito, uniformemente carico con densità lineare $\rho_L > 0$, è racchiuso da una buccia cilindrica conduttrice neutra di raggi interno R_1 ed esterno R_2 (la figura mostra la prospettiva e la pianta). Anche la buccia è da considerarsi indefinita. Si chiede:

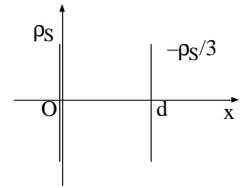
- L'espressione del vettore campo elettrico in tutto lo spazio.
- L'espressione della differenza di potenziale fra un punto generico $P(x, y, z)$ e la superficie esterna della buccia, $V(P) - V(R_2)$, in tutto lo spazio.
- Il valore numerico del campo e della differenza di potenziale a distanza $d = 0.99 R_1$ dal filo.
- Il lavoro speso dalle forze del campo per portare una carica positiva Q_0 dalla distanza $d_1 = 100 R_2$ alla distanza $d_2 = 270 R_2$, trascurando l'induzione della carica sulla buccia cilindrica

Valori numerici: $\rho_L = 1 \text{ nC m}^{-1}$; $R_1 = 1 \text{ m}$; $Q_0 = 1 \text{ nC}$



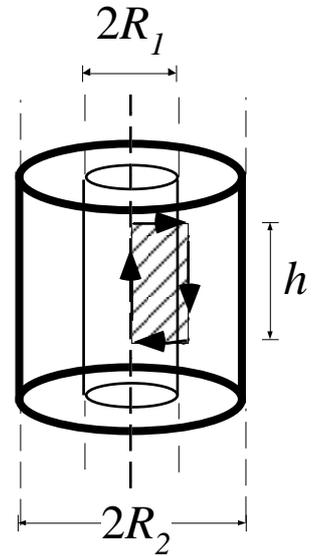
–) Uno strato piano non conduttore, uniformemente carico con densità superficiale di carica $\rho_S > 0$, coincide col piano $x=0$ di una terna cartesiana. Un secondo strato piano, uniformemente carico con densità superficiale $-\rho_S/3$, è parallelo al primo e interseca l'asse x nel punto con coordinata $d > 0$. Gli strati vanno considerati infinitamente estesi. La figura riporta la vista in sezione. Facendo riferimento alla figura, si chiede:

- L'espressione di \mathbf{E} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- Il grafico di E_x (componente x di \mathbf{E}) in funzione di x .
- La differenza di potenziale $\Delta V = V(P) - V(0)$ fra un generico punto $P(x, y, z)$ e l'origine.
- Il grafico di ΔV in funzione di x .
- Il valore numerico di E_x e ΔV nei punti di coordinate $(2d, 0, 0)$ e $(-2d, 0, 0)$



Valori numerici: $\rho_S = 8.9 \text{ nC m}^{-2}$; $d = 3 \text{ cm}$

-) Un conduttore cilindrico rettilineo cavo, di raggio R_1 , da considerarsi infinitamente lungo, è circondato da una buccia cilindrica coassiale, anch'essa infinitamente lunga, di raggio $R_2 > 2R_1$. Gli spessori delle pareti dei due conduttori sono trascurabili. La figura non è in scala. Sulla superficie del conduttore interno scorre uniformemente una corrente I , diretta verso il basso. Sulla superficie del conduttore esterno scorre uniformemente la stessa corrente I , diretta in verso opposto.



Nel caso in cui la corrente sia continua, $I = I_0$, Si chiede:

- L'espressione di \mathbf{H} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- Il valore numerico di $|\mathbf{H}|$ a distanza $d_1 = 0.5 R_1$ dal centro del conduttore interno e $d_2 = R_1$ dalla superficie del conduttore interno.
- il grafico di $|\mathbf{H}|$ in funzione della coordinata scelta.

Una spira rettangolare di altezza h e lato $L = 1.1 R_1$ (area tratteggiata in figura) è posta con l'altezza coincidente con l'asse del conduttore interno, mentre il lato è diretto radialmente (si può pensare che nel conduttore sia praticata una sottile fenditura per permettere il passaggio della spira). L'orientazione è come in figura. Nel caso in cui la corrente cresca linearmente nel tempo, $I = k t$, si chiede:

- la f.e.m. indotta nella spira, in formula e come valore numerico (si trascuri l'autoinduzione).

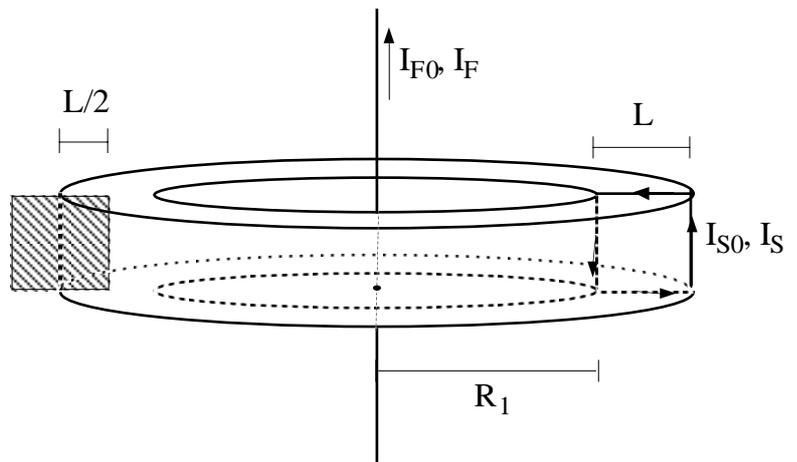
Valori numerici: $I_0 = 6.3 \text{ A}$; $R_1 = 2.5 \text{ mm}$ $h = 5 \text{ mm}$ $k = 7.3 \text{ A/s}$

-) Un filo rettilineo, da considerarsi infinitamente lungo, coincide con l'asse di un solenoide torico a sezione quadrata di raggio interno R_1 e lato L . Sul solenoide sono avvolte N spire. Nel filo e nel solenoide scorrono le correnti continue I_{F0} e I_{S0} , rispettivamente, orientate come in figura. Si ha $I_{F0} = N I_{S0}$, e $R_1 = 3 L$ (la figura non è in scala).

Si chiede:

- La direzione e il verso del vettore induzione magnetica \mathbf{B} in tutto lo spazio.
- L'espressione di $|\mathbf{B}|$ in tutto lo spazio.
- Il valore numerico di $|\mathbf{B}|$ nei punti P_1 e P_2 , ambedue posti a distanza $d = R_1 + L/2$ dall'asse del sistema, ma uno interno al solenoide (P_1) e l'altro esterno ad esso (P_2).

Una spira quadrata di lato L (area tratteggiata in figura) è posta con un lato parallelo all'asse del sistema, mentre l'altro lato è diretto radialmente. La spira compenetra per metà il solenoide, come in figura. Nel caso in cui le correnti crescano linearmente nel tempo come: $I_F = I_{F0} t / \tau$ e $I_S = I_{S0} t / \tau$, si chiede:



- la f.e.m. indotta nella spira, in formula e come valore numerico.

Valori numerici: $I_{F0} = 7 \text{ A}$; $L = 10 \text{ mm}$ $\tau = 3.5 \text{ s}$

-) Un conduttore cilindrico rettilineo, di raggio R_1 , da considerarsi infinitamente lungo, è circondato da una buccia cilindrica coassiale, anch'essa infinitamente lunga, di raggio $R_2 = 2.7 R_1$ e di spessore trascurabile (la figura non è in scala). Nel conduttore interno scorre uniformemente una corrente I , diretta verso l'alto. Nella buccia scorre uniformemente la stessa corrente I , diretta in verso opposto.

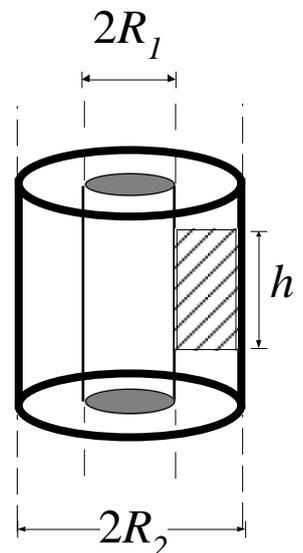
Nel caso in cui la corrente sia stazionaria, $I = I_0$, Si chiede:

- La direzione e il verso del vettore campo magnetico \mathbf{H} .
- L'espressione di $|\mathbf{H}|$ in tutto lo spazio.
- Il valore numerico di $|\mathbf{H}|$ a distanza $d_1 = 0.5 R_1$ dal centro del conduttore interno e $d_2 = 0.5 R_1$ dalla superficie del conduttore interno.

Una spira rettangolare di altezza h e lato $L = R_2 - R_1$ (area tratteggiata in figura) è posta con l'altezza parallela all'asse del conduttore interno e a contatto di quest'ultimo, mentre il lato è diretto radialmente. Nel caso in cui la corrente cresca linearmente nel tempo, $I = k t$, si chiede:

- la f.e.m. indotta nella spira, in formula e come valore numerico.

Valori numerici: $I_0 = 12 \text{ A}$; $R_1 = 1.2 \text{ mm}$ $h = 10 \text{ mm}$ $k = 1 \text{ A/s}$



-) Due solenoidi rettilinei indefiniti, di raggi $R_1 = R_2/2$, ambedue con n spire per unità di lunghezza, sono coassiali e concentrici. La medesima corrente continua I_0 percorre i due solenoidi. Le correnti si avvolgono nelle spire in verso opposto nei due solenoidi. Facendo riferimento alla figura, si determini:

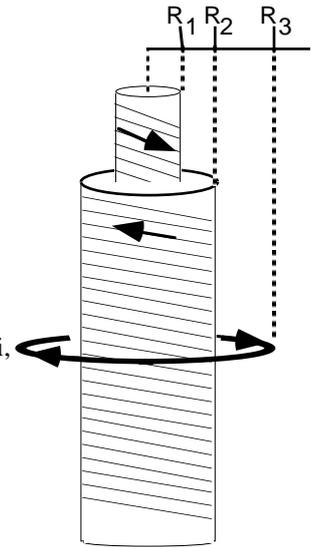
- L'espressione di \mathbf{B} (modulo, direzione e verso) in tutto lo spazio.
- Il grafico di $|\mathbf{B}|$ in funzione di r , distanza dall'asse comune.
- il valore di $|\mathbf{B}|$ alle distanze $d_1 = 3R_2/4$ e $d_2 = 2R_2$ dall'asse.

Viene collocata una spira circolare, di raggio $R_3 > R_2$, anch'essa coassiale ai solenoidi e orientata come in figura. La corrente che percorre i solenoidi viene fatta crescere nel tempo con la legge:

$$I(t) = I_0 t/\tau. \text{ Si chiede:}$$

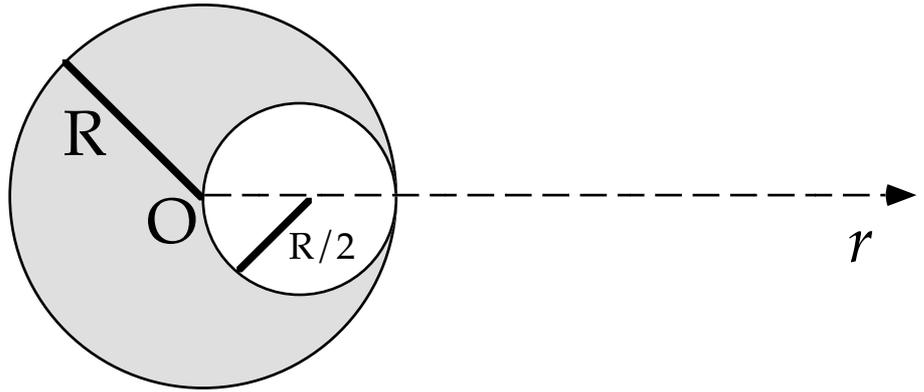
- La f.e.m. indotta lungo la spira, in formula e come valore numerico.
- Descrivere e motivare brevemente se e come cambierebbero i risultati precedenti se i solenoidi, pur restando paralleli, non fossero coassiali.

Valori numerici: $n = 10 \text{ cm}^{-1}$; $I_0 = 3 \text{ A}$; $R_1 = 1 \text{ cm}$ $\tau = 1 \text{ s}$;



ESERCIZI BREVI

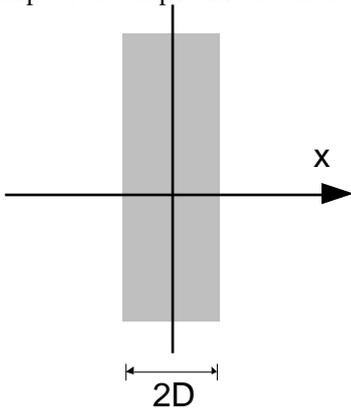
→) Un cilindro di raggio R è uniformemente carico, con densità di carica $\rho > 0$. Nel cilindro è praticata una cavità cilindrica di raggio $R/2$, tangente internamente al cilindro carico. Calcolare:



- a) L'espressione del vettore campo elettrico sulla retta congiungente gli assi del cilindro e della cavità, in funzione della distanza r dall'asse del cilindro carico ($r=0$ in O), esternamente al cilindro ($r > R$).
- b) La differenza di potenziale $V(R)-V(r)$ nella medesima regione

→) All'interno di un condensatore piano carico una carica puntiforme q (da considerare sufficientemente piccola da poter trascurare il suo effetto sulla distribuzione di carica sulle armature del condensatore) subisce una forza F_0 . Un operatore agisce sulle armature, variandone la distanza dal valore d_0 al valore d_1 e mantenendo costante la differenza di potenziale fra di esse. In questa nuova situazione, la carica subisce una forza tripla della precedente. Determinare il rapporto d_0/d_1 fra la distanza delle armature nella prima e nella seconda situazione.

→) Sia data una lastra piana, di spessore $2D$ (e infinitamente estesa nelle altre due direzioni), con densità di carica uniforme ρ_V (vedi figura). Determinare il rapporto x_0/D , dove x_0 è la distanza dal piano di mezzeria dove il campo elettrico si dimezza rispetto al campo esistente in $x = D$.



→) Alla superficie di una sfera uniformemente carica, di raggio R_1 e carica totale Q , è posta una carica puntiforme di massa m e carica $q = Q$. Quanto vale la velocità della particella quando essa viene a trovarsi alla distanza $d = 2 R_1$ dalla superficie della sfera?

Cambierebbe il risultato, e perché, se la sfera fosse racchiusa da una buccia sferica non conduttrice, uniformemente carica, omocentrica, di raggio interno $R_2 > 3 R_1$?

Dati: $Q = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ $m = 0.9 \cdot 10^{-30} \text{ Kg}$ $R_1 = 1 \text{ cm}$

→) Si abbiano a disposizione due condensatori di capacità variabile fra 10 e 200 pF e una batteria da 6 V. Si connettano i condensatori alla batteria e si regolino le loro capacità in maniera da avere la massima energia elettrostatica nei condensatori. Si calcoli l'energia elettrostatica in questione.

Avendo a disposizione, invece che una batteria, un dispositivo capace di fornire una data quantità di carica, discutere se la configurazione dei condensatori scelta è ancora quella che racchiude la massima energia elettrostatica.

→) Un condensatore ad armature piane e parallele, di capacità C è collegato a un generatore ideale di f.e.m. f attraverso un resistore R . A un certo tempo t_0 il condensatore viene riempito di un dielettrico L.I.O. di costante dielettrica relativa ϵ_r . Viene raggiunta una nuova situazione di equilibrio. Quanto vale la quantità di carica Q , globalmente transitata attraverso il resistore R ? Quanto vale l'energia dissipata per effetto Joule nel resistore durante l'intero processo?

Dati: $f = 3 \text{ V}$ $C = 33 \text{ nF}$ $\epsilon_r = 4$

- Una sferetta di massa $m = 10$ g, carica positivamente, è sospesa ad un filo inestensibile avente l'altro estremo fissato in corrispondenza ad un piano indefinito carico con densità superficiale di carica $\sigma = 10 \mu\text{C m}^{-2}$, posto verticalmente. Sapendo che in condizioni di equilibrio l'angolo formato dal filo con la verticale è $\vartheta = \pi/3$, calcolare la carica della sferetta.
- Fra le armature di un condensatore piano viene inserita una lastra di materiale dielettrico avente costante dielettrica relativa $\epsilon_r = 10$. Supponendo che lo spessore della lastra sia pari alla metà della distanza tra le armature, si calcoli il rapporto tra la capacità del condensatore in *presenza* e in *assenza* della lastra.
- Due condensatori aventi capacità sconosciute sono collegati in serie ad un generatore avente una f.e.m. $f = 120$ V. In questa situazione la differenza di potenziale ai capi del primo condensatore vale 30 V. Se in parallelo al secondo condensatore si pone un condensatore avente capacità $C = 1 \mu\text{F}$, la differenza di potenziale sul primo condensatore sale a 110 V. Calcolare le capacità dei due condensatori.
- Fra le armature di un condensatore piano viene inserita una lastra conduttrice piana. Supponendo che il rapporto tra la capacità del condensatore in presenza e in assenza della lastra sia pari a $3/2$, si calcoli il rapporto tra lo spessore della lastra e la distanza tra le armature.
- Una sfera conduttrice, di raggio $R_1 = 10$ cm, è circondata da una buccia sferica, anch'essa conduttrice, di raggi $R_2 = 20$ cm e $R_3 = 25$ cm. Supponendo che sulla sfera interna sia uniformemente depositata una carica $Q = 1$ nC, calcolare il potenziale (riferito all'infinito) della sfera interna.