

Esame di Fisica Generale I per Elettronici (Primo modulo)

Prova del 13 settembre 2001

Soluzioni dei problemi

PROBLEMA N.1

1.1) Poiché il corpo si muove lungo una traiettoria orizzontale, la risultante delle forze agenti su di esso deve avere componente verticale nulla, per cui

$$k\ell \cos \alpha = mg \quad \Rightarrow \quad \ell = \frac{mg}{k \cos \alpha} = 0.49 \text{ m} .$$

1.2) La componente orizzontale della suddetta risultante si ottiene proiettando la forza esercitata dalla molla sul piano orizzontale. Pertanto il suo modulo vale

$$R = k\ell \sin \alpha = mg \tan \alpha = 8.49 \text{ N} ,$$

e punta sempre verso il punto O.

1.3) La risultante \mathbf{R} è tale da produrre un moto circolare uniforme. Indicando con r ($= \ell \sin \alpha$) il raggio della traiettoria si ha quindi

$$R = m\omega^2 r = m\omega^2 \ell \sin \alpha .$$

Dai risultati dei punti 1.1) e 1.2) si ottiene quindi

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 6.32 \text{ rad/s.}$$

1.4) La forza esercitata dalla molla è sempre ortogonale alla traiettoria del corpo per cui il lavoro compiuto da essa è nullo.

PROBLEMA N.2

2.1) Dal teorema della conservazione dell'energia cinetica in presenza di forze non conservative,

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgh + L_a ,$$

dove h è la massima quota raggiunta dal corpo ($h = D \sin \vartheta$) e L_a è il lavoro compiuto dalle forze di attrito nella fase ascendente ($L_a = \mu mg D \cos \vartheta$). Risolvendo per D si ottiene

$$D = \frac{v_0^2}{2g(\sin \vartheta + \mu \cos \vartheta)} = 0.68 \text{ m.}$$

2.2) In questa fase l'accelerazione del corpo vale $a_1 = -g(\sin \vartheta + \mu \cos \vartheta)$, per cui la velocità segue la legge

$$v_1(t) = v_0 - g(\sin \vartheta + \mu \cos \vartheta)t ,$$

e si annulla per $t = t_1$ tale che

$$t_1 = \frac{v_0}{g(\sin \vartheta + \mu \cos \vartheta)} = 0.45 \text{ s.}$$

2.3) Nella fase discendente, prendendo come $t = 0$ l'istante in cui il corpo riparte verso il basso, si ha $v_2(t) = a_2 t$, con $a_2 = -g(\sin \vartheta - \mu \cos \vartheta)$. La coordinata del corpo sarà quindi

$$x(t) = D + \frac{1}{2}a_2 t^2 ,$$

che si annulla per $t = t_2$ dato da

$$t_2 = \sqrt{-\frac{2D}{a_2}} = \sqrt{\frac{2D}{g(\sin \vartheta - \mu \cos \vartheta)}} = \frac{v_0}{g\sqrt{(\sin^2 \vartheta - \mu^2 \cos^2 \vartheta)}} = 0.65 \text{ s.}$$

2.4) L'energia persa per attrito è pari al lavoro compiuto dalle forze di attrito nelle due fasi del moto ed è quindi pari a

$$E_a = 2DF_a = 2D\mu mg \cos \vartheta = \frac{mv_0^2}{1 + \frac{\tan \vartheta}{\mu}} = 2.3 \text{ J.}$$

Alternativamente, tale energia può essere calcolata come la differenza tra le energie cinetiche iniziale e finale del corpo, corrispondenti rispettivamente alle velocità v_0 e $v_2(t_2)$.