Esame di Fisica Generale I per Elettronici (Primo modulo)

Prova del 6 luglio 2001

Soluzioni dei problemi

PROBLEMA N.1B

1.1) Dette h_A e h_B le quote dei punti A e B, rispettivamente, per la conservazione dell'energia si ha

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \ ,$$

da cui, poiché $h_A = R - R\cos\vartheta_A$ e $h_B = R - R\cos\vartheta_B$, si ottiene

$$v_B = \sqrt{2gR(\cos\vartheta_B - \cos\vartheta_A)} = 1.89 \text{ m/s} \ .$$

1.2) Le leggi del moto lungo i due assi sono

$$\begin{cases} x(t) = x_B + v_{Bx}t \ , \\ y(t) = y_B + v_{By}t - \frac{1}{2}gt^2 \ , \end{cases}$$

con $x_B = R\sin\vartheta$, $y_B = R(1-\cos\vartheta)$, $v_{Bx} = v_B\cos\vartheta$, e $v_{By} = v_B\sin\vartheta$. Il tempo di volo lo si ottiene uguagliando a zero la coordinata verticale e risolvendo l'equazione di secondo grado in t^{*2} (scartando la soluzione < 0):

$$t^* = \frac{v_{By}}{g}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2gy_B}{v_{By}^2}}\right) = 0.248 \text{ s} \ .$$

1.3) Le componenti della velocità del corpo sono

$$\begin{cases} v_x(t) = v_{Bx} \ , \\ v_y(t) = v_{By} - gt \ . \end{cases}$$

Al momento dell'impatto ($t = t^*$) il vettore velocità forma con l'asse x l'angolo α tale che

$$\tan\alpha = \frac{|v_y(t^*)|}{v_x(t^*)} = \sqrt{\left(\frac{v_{By}}{v_{Bx}}\right)^2 + \frac{2gy_B}{v_{By}^2}} = 0.906 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 42.2^\circ \ .$$

PROBLEMA N.2B

2.1) Dalla conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}kx_M^2 \qquad \Rightarrow \qquad x_M = v_0\sqrt{\frac{m}{k}} \ .$$

2.2) La coordinata del corpo 2 segue la legge oraria di un oscillatore armonico:

$$x(t) = A\cos(\omega t + \varphi) \ , \qquad \text{con} \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \ ,$$

dove le costanti A e φ dipendono dalle condizioni iniziali. Nel nostro caso, $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = v_0$, da cui si ricava che la legge oraria è

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin(\omega t) \ .$$

2.3) Affinché il corpo 1 non si muova, la forza di attrito agente su di esso deve essere uguale alla forza esercitata dalla molla. Poiché la massima forza esercitata dalla molla durante l'oscillazione del corpo 2 corrisponde alla posizione di massimo allungamento della molla (x_M), per l'equilibrio del corpo 1 si deve richiedere che sia

$$kx_M < \mu M g \ ,$$

da cui, ricordando l'espressione di x_M e risolvendo per v_0, si ottiene

$$v_0 < v_0^{(\max)} = \frac{\mu M g}{\sqrt{km}} \ .$$