Esame di Fisica Generale I per Elettronici (Primo modulo)

Prova del 12 giugno 2001

Soluzioni dei problemi

PROBLEMA N.1A

1.1) I corpi 1 e 2 sono soggetti alla forza peso e alla forza di attrito col piano. Le componenti parallele al piano delle risultanti delle forze sui due corpi sono, rispettivamente,

$$F_1 = m_1 g\,(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) \qquad F_2 = m_2 g\,(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)\ .$$

Poiché queste forze sono costanti, i due corpi si muoveranno di moto uniformemente accelerato, con le seguenti leggi orarie:

$$x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 \qquad x_2(t) = \Delta L + \frac{1}{2} a_2 t^2\ ,$$

con

$$a_1 = g\,(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha) \qquad a_2 = g\,(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)\ .$$

1.2) Eliminando il tempo dalle leggi orarie dei due corpi, si ottiene

$$x_2 = \Delta L + \frac{a_2}{a_1} x_1\ .$$

I corpi si incontrano in corrispondenza della coordinata $x^* = x_1 = x_2$, e quindi

$$x^* = \Delta L + \frac{a_2}{a_1} x^* \qquad \Rightarrow \qquad x^* = \frac{\Delta L}{1 - \dfrac{a_2}{a_1}}\ ,$$

che deve risultare $\leq L$. Si ottiene quindi

$$\Delta L \leq L\left(1 - \frac{a_2}{a_1}\right) = \Delta L_{(\mathrm{max})}\ .$$

Allo stesso risultato si giunge calcolando il tempo che impiega il corpo 1 per arrivare in fondo al piano e imponendo che, nello stesso tempo, vi arrivi anche il corpo 2. L'espressione di $\Delta L_{(\mathrm{max})}$ può essere data utilizzando i parametri dati nel testo, risultando

$$\Delta L_{(\mathrm{max})} = \frac{L(\mu_2 - \mu_1)}{\tan\alpha - \mu_1} = 0.36\ \mathrm{m}\ .$$

1.3) Poiché i corpi si muovono di moto uniformemente accelerato partendo da velocità nulla, sarà

$$a_1 L = \frac{1}{2} v_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{2 a_1 L} = \sqrt{2 g L(\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha)} = 2.17\ \mathrm{m/s}\ .$$

e

$$a_2 (L - \Delta L) = \frac{1}{2} v_1^2 \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{2 a_2 (L - \Delta L)} = \frac{\sqrt{2gL}(\sin\alpha - \mu_2 \cos\alpha)}{\sqrt{\sin\alpha - \mu_1 \cos\alpha}} = 1.38\ \mathrm{m/s}\ .$$

PROBLEMA N.2A

2.1) Indicando con ℓ_1 e ℓ_2 le lunghezze delle due molle per una generica posizione della massa, e con ϑ_1 e ϑ_2 gli angoli che queste formano con l'asse x, la condizione di equilibrio impone che la componente x della risultante delle forze agenti sulla massa sia nulla, cioè

$$F_x = -k\ell_1 \cos\vartheta_1 + k\ell_2 \cos\vartheta_2 = 0 \ .$$

Indicando ora con ξ la proiezione di ℓ_1 sull'asse x (per cui la proiezione di ℓ_2 risulta $2d - \xi$), tale condizione significa che

$$-k\xi + k(2d - \xi) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \xi = d \ ,$$

per cui la posizione di equilibrio è quella per cui la massa è equidistante dai punti P_1 e P_2 (cioè $\xi = 2d - \xi = d$).

2.2) Per una generica posizione della massa, distante x dalla posizione di equilibrio, si ha

$$U(x) = \frac{1}{2}k\ell_1^2 + \frac{1}{2}k\ell_2^2$$

con

$$\ell_1^2 = h^2 + (d + x)^2 \ , \qquad \ell_2^2 = h^2 + (d - x)^2 \ ,$$

per cui

$$U(x) = k(h^2 + d^2) + kx^2 \ .$$

2.3) L'energia potenziale può essere scritta nella forma

$$U(x) = U(0) + \frac{1}{2}\alpha x^2 \ ,$$

con $\alpha = 2k$. La pulsazione delle oscillazioni sarà quindi

$$\omega = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} = \sqrt{\frac{2k}{m}} = 3.16 \text{ rad/s} \ .$$

2.4) La reazione vincolare è tale da bilanciare la componente della forza delle molle ortogonale all'asse x, per cui

$$N = k\ell_1 \sin\vartheta_1 + k\ell_2 \sin\vartheta_2 = 2kh = 0.2 \text{ N} \ .$$