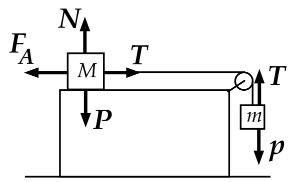
Fisica I per Ingegneria

A.A. 2017/2018 - Appello del 21 giugno 2018 - I modulo

Soluzione del problema

(a) Quando il sistema è in equilibrio, la risultante delle forze è nulla per entrambi i corpi. Con riferimento ai simboli indicati in figura, questo implica che $N = P = Mg$ e $T = F_A$ per la massa M, e $T = p = mg$ per l'altra.



Dalle ultime due relazioni si ottiene: $F_A = mg$. Per potersi verificare la condizione di equilibrio, deve essere $F_A = mg \leq \mu_S N = \mu_S Mg$, da cui $\mu \geq m/M$. La quantità

$$\mu_{S,\max} = \frac{m}{M} = 0.5$$

rappresenta quindi il massimo valore di μ per cui i corpi si mettono in moto.

(b) Supponendo che i corpi si siano messi in moto, alla massa risulta applicata la forza di attrito radente dinamico, di modulo $\mu_D N = \mu_D Mg$. La seconda legge di Newton applicata ai due corpi impone che sia

$$\begin{cases} T - \mu_D Mg = Ma \\ mg - T = ma \end{cases} \quad \Rightarrow \quad a = g\,\frac{m - \mu_D M}{m + M} = 2.0\ \mathrm{m/s^2}\ .$$

(c) Sempre dal sistema del punto precedente si ottiene

$$T = \frac{mMg(1 + \mu_D)}{m + M} = 7.8\ \mathrm{N}\ .$$

(d) Il moto delle due masse è uniformemente accelerato, con accelerazione positiva a, fino all'istante t_1. Pertanto la massima velocità ($v_{\max}$) è quella che possiede la massa m dopo aver percorso la distanza h da $t = 0$. Quindi

$$v_{\max}^2 = 2ah \quad \Rightarrow \quad v_{\max} = \sqrt{2ah} = 1.4\ \mathrm{m/s}\ .$$

(e) Quando la massa m è arrivata al suolo, il filo non esercita più tensione sulla massa M, che risulta soggetta solo alla forza di attrito con il piano. Indicando con a_1 l'accelerazione di M in questa seconda fase del moto, dalla seconda legge di Newton si ha $-\mu_D Mg = Ma_1$, cioè $a_1 = -\mu_D g$. Quindi, il suo moto è uniformemente decelerato. L'intervallo Δt è il tempo necessario affinché la velocità passi dal valore $v_{\max}$ a 0, cioè

$$0 = v_{\max} - \mu_D g \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{v_{\max}}{\mu_D g} = 0.71\ \mathrm{s}\ .$$

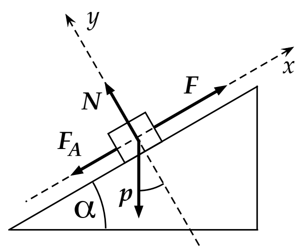
(f) L'energia dissipata corrisponde alla differenza tra l'energia *meccanica* iniziale e quella finale del sistema (ΔE). Poichè le due masse partono da ferme e arrivano ferme, la differenza di energia *cinetica* è uguale a zero, per cui ΔE coincide con la differenza tra l'energia *potenziale* iniziale e quella finale, cioè

$$\Delta E = -mgh \ = -4.9 \text{ J} .$$

Tale energia coincide con la somma di quella che è andata perduta per effetto dell'attrito sul piano e di quella perduta in seguito all'urto della massa m sul suolo.

(Esempio di) risposta alla domanda

Tutte le forze agenti sul corpo sono mostrate in figura (con $p = mg$ e $F_A = \mu N$):



Poichè il corpo si muove a velocità costante, la risultante delle forze agenti su di esso deve essere nulla. Proiettando tale risultante sugli assi mostrati in figura, si ottiene

$$\begin{cases} F_x^{(\text{tot})} = F - F_A - mg \sin\alpha = 0 \\ F_y^{(\text{tot})} = N - mg\cos\alpha = 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad \begin{cases} N = mg\cos\alpha \\ F_A = \mu mg \cos\alpha \\ F = mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha) \end{cases}$$

Ciascuna delle quattro forze contribuisce al lavoro totale su uno spostamento L lungo il piano in maniera dipendente dall'angolo che essa forma con la direzione del moto: $\mathbf{N}$ compie lavoro nullo; $\mathbf{F}$ lavoro positivo; $\mathbf{F}_A$ e $\mathbf{p}$ lavoro negativo. In particolare, con ovvio significato dei simboli:

$$W_N = 0; \quad W_F = FL = mgL(\sin\alpha + \mu\cos\alpha); \quad W_A = -F_A L = -\mu mgL\cos\alpha; \quad W_p = -mgL\sin\alpha.$$

Naturalmente, deve verificarsi che la somma di tali lavori deve essere nulla, perchè deve uguagliare il lavoro compiuto dalla risultante delle forze, che è nulla.

L'unica forza conservativa è la forza peso, per la quale è possibile definire l'energia potenziale $U(z) = mgz$, dove z è la quota del corpo misurata a partire da una quota di riferimento scelta arbitrariamente. Dalla definizione di energia potenziale segue che il lavoro compiuto dalla forza peso può anche esprimersi come

$$W_p = -\Delta U = -mgh,$$

dove $h = L\sin\alpha$ è la quota di cui è salito il corpo durante il suo moto.

La variazione di energia meccanica è pari al lavoro compiuto dalle forze non conservative, cioè $\Delta E = W_F + W_A = mgL\sin\alpha$. Alla stessa conclusione si giunge considerando che, poiché in questo caso l'energia cinetica non è variata, la variazione dell'energia meccanica coincide con la variazione della sola energia potenziale, cioè $\Delta E = \Delta U = mgh$.