Fisica I per Ing. Elettronica $\square$ e *Fisica* per Ing. Informatica $\square$

A.A. 2012/2013 - Prima prova di accertamento - 22 aprile 2013

Soluzione del problema B

1. Poiché, rispetto al suolo, la quota del piano orizzontale vale $d\tan\alpha$, dalla conservazione dell'energia meccanica (dalla base alla fine del piano inclinato), si ha

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg\,d\tan\alpha \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{v_0^2 - 2\,g\,d\,\tan\alpha} \simeq 6.43 \text{ m/s}$$

2. Lungo il piano, il punto si muove di moto uniformemente accelerato, con accelerazione pari a $-g\sin\beta$, per cui la sua velocità segue la legge $v(t) = v_0 - (g\sin\beta)\,t$. In particolare, alla fine del piano,

$$v(T) = v_1 = v_0 - (g\sin\beta)\,T \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{v_0 - v_1}{g\sin\beta} \simeq 0.32 \text{ s}$$

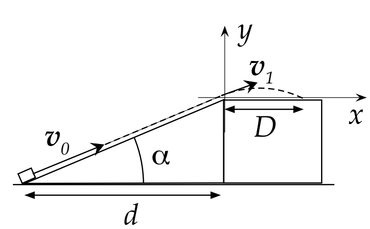
3. Quando il corpo lascia la rampa, si muove di moto parabolico con velocità iniziale v_1 e angolo di alzo α. Con riferimento al sistema di assi cartesiani xy mostrato in figura, la distanza orizzontale percorsa sul piano orizzontale (D) è pari alla gittata del punto. Questa può essere calcolata dalle leggi orarie delle coordinate dal punto oppure dall'espressione della traiettoria $y(x) = x\tan\alpha - g\,x^2/(2v_1^2\cos^2\alpha)$, da cui, per $y = 0$,

$$0 = D\tan\alpha - g\,D^2/(2v_1^2\cos^2\alpha) \qquad \Rightarrow \qquad D = \frac{v_1^2\sin(2\alpha)}{g} \simeq 3.66 \text{ m}$$

4. In presenza di attrito, parte dell'energia meccanica iniziale viene dissipata sul piano inclinato. L'energia dissipata per attrito vale $(\mu mg\cos\alpha)(d/\cos\alpha)$, dove il primo termine tra parentesi corrisponde alla forza di attrito radente dinamico esercitata dal piano, mentre il secondo è la lunghezza del tratto percorso. Considerando la variazione di energia meccanica, si ha

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}m(v_1')^2 + mg\,d\tan\alpha + \mu\,mg\,d \qquad \Rightarrow \qquad v_1' = \sqrt{v_0^2 - 2gd(\mu + \tan\alpha)} \simeq 3.26 \text{ m/s} \,.$$

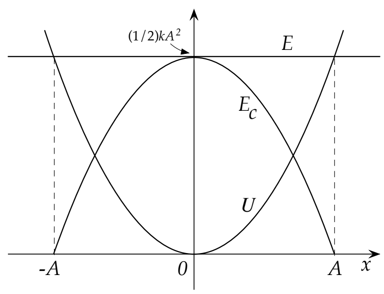
Utilizzando ancora la formula della gittata (punto 3), si ottiene $D' = \dfrac{(v_1')^2\sin(2\alpha)}{g} \simeq 0.88$ m



Possibile risposta alla domanda B

L'energia potenziale di una molla è pari a $U(x) = (1/2)kx^2$, dove si è assunto che la coordinata $x = 0$ corrisponda alla posizione di riposo della molla. L'energia meccanica del sistema (E) è data dalla somma dell'energia potenziale U e dell'energia cinetica, $E_c = (1/2)mv^2$, essendo v la velocità del punto. Quando la massa viene lasciata libera di muoversi, la molla è compressa della quantità A e la massa è ferma. Pertanto, in tale posizione, l'energia meccanica del sistema è solo potenziale e vale $(1/2)kA^2$. Quando la massa, soggetta alla forza di richiamo elastica, si muove dalla posizione iniziale e raggiunge la coordinata generica x, essa acquista anche energia cinetica. Poiché la forza elastica è conservativa, l'energia meccanica si conserva durante il moto del punto e deve mantenersi uguale al suo valore iniziale:

$$\frac{1}{2}kx^2 + E_c = \frac{1}{2}kA^2 \qquad \Rightarrow \qquad E_c = \frac{1}{2}k\left(A^2 - x^2\right) \ .$$



Gli andamenti di U, E_c e E sono mostrati in figura in funzione della coordinata x. Durante il moto oscillatorio del punto intorno alla posizione di equilibrio ($x = 0$) si assiste ad un continuo scambio di energia, tra potenziale e cinetica, tale che la somma di queste rimane invariata. Si noti che posizioni corrispondenti a coordinate con $|x| > A$ non possono essere raggiunte dal punto perché in tali posizioni risulterebbe un'energia cinetica negativa, che non è fisicamente possibile.