Fisica I per Ing. Elettronica □ e *Fisica* per Ing. Informatica □

A.A. 2012/2013 - Prima prova di accertamento - 22 aprile 2013

Soluzione del problema A

1. Quando il corpo lascia la rampa, si muove di moto parabolico con velocità iniziale $\vec{v}_1$, di modulo v_1 e angolo di alzo β. Con riferimento al sistema di assi xy mostrato in figura, il corpo raggiungerà la quota massima d $(= H - h)$. Quest'ultima può essere messa in relazione con la componente y di $\vec{v}_1$, che è $v_1 \sin\beta$. Infatti, considerando il moto (uniformemente accelerato con accelerazione $-g$) della sola componente y del punto, si ottiene

$$(v_1 \sin\beta)^2 = 2\,g\,d \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \frac{\sqrt{2\,g\,d}}{\sin\beta} \simeq 3.61 \text{ m/s}$$

2. Dalla conservazione dell'energia meccanica (dalla base alla fine della rampa), si ha

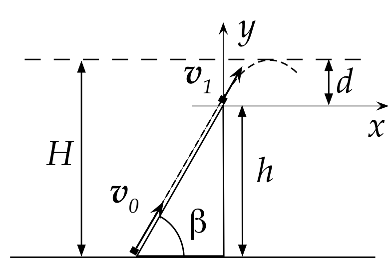
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh \qquad \Rightarrow \qquad v_0 = \sqrt{v_1^2 + 2gh} \simeq 5.72 \text{ m/s}$$

3. Lungo la rampa, il punto si muove di moto uniformemente accelerato, con accelerazione pari a $-g\sin\beta$, per cui la sua velocità segue la legge $v(t) = v_0 - (g\sin\beta)\,t$. In particolare, alla fine della rampa,

$$v(T) = v_1 = v_0 - (g\sin\beta)\,T \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{v_0 - v_1}{g\sin\beta} \simeq 0.25 \text{ s}$$

4. Per raggiungere la stessa quota massima in presenza di attrito, la velocità di lancio (v_0') deve essere tale da far giungere il punto alla fine della rampa con la stessa velocità v_1 calcolata in precedenza. L'energia dissipata per attrito lungo la rampa vale $(\mu mg\cos\beta)(h/\sin\beta)$, dove il primo termine tra parentesi corrisponde alla forza di attrito radente dinamico esercitata dal piano, mentre il secondo è la lunghezza del tratto percorso. Considerando la variazione di energia meccanica, si ha

$$\frac{1}{2}m(v_0')^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh + (\mu mg\cos\beta)(h/\sin\beta) \qquad \Rightarrow \qquad v_0' = \sqrt{v_1^2 + 2gh(1 + \mu/\tan\beta)} \simeq 6.55 \text{ m/s}$$

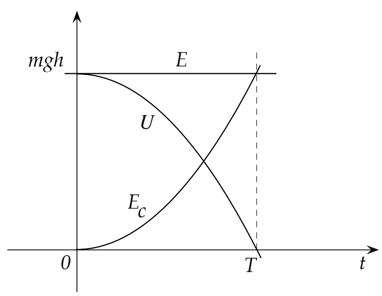


Possibile risposta alla domanda A

Fissiamo la coordinata verticale, y, crescente verso l'alto e con lo zero in corrispondenza del suolo. L'energia potenziale dovuta alla forza peso è pari a $U = mgy$, mentre l'energia cinetica è $E_c = (1/2)mv^2$, dove v la velocità del corpo. L'energia meccanica (E) è data dalla somma di U e di E_c. Poiché la forza peso è conservativa, l'energia meccanica si conserva durante il moto del punto e deve mantenersi uguale al suo valore iniziale, che è pari a mgh.

Essendo il corpo soggetto alla forza costante $-mg$, esso seguirà un moto uniformemente accelerato con accelerazione $-g$ partendo, al tempo $t = 0$, dalla coordinata iniziale h con velocità nulla. Pertanto, $y(t) = h - (1/2)gt^2$ e $v(t) = gt$. Gli andamenti delle energie in funzione del tempo saranno quindi:

$$U(t) = mg\,y(t) = mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2 \; ; \qquad E_c(t) = \frac{1}{2}mv^2(t) = \frac{1}{2}mg^2t^2 \; ; \qquad E(t) = mgh \; .$$



Gli andamenti di U, E_c e E sono mostrati in figura in funzione del tempo. Durante la caduta si assiste ad un continuo passaggio di energia da potenziale a cinetica, tale che la somma di queste rimane invariata, fino all'istante di impatto al suolo, T.