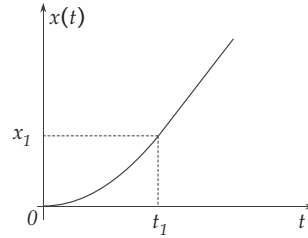
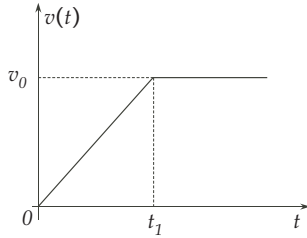


Soluzione del problema n. 1

1. Detto t_1 l'istante in cui termina la fase di accelerazione, si ha

$$v(t) = \begin{cases} at & (t \leq t_1) \\ v_0 & (t > t_1) \end{cases} \Rightarrow x(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}at^2 & (t \leq t_1) \\ x_1 + v_0(t - t_1) & (t > t_1) \end{cases}$$

dove si è posto $x_1 = \frac{1}{2}at_1^2$.



2. Poiché $t_1 = v_0/a$, detti t_2 l'istante di arrivo ($=10$ s) e D la distanza totale percorsa ($=100$ m), si ha

$$D = \frac{1}{2}at_1^2 + v_0(t_2 - t_1) = v_0\left(t_2 - \frac{v_0}{2a}\right) \Rightarrow a = \frac{v_0/2}{t_2 - D/v_0} = 4 \text{ m/s}^2$$

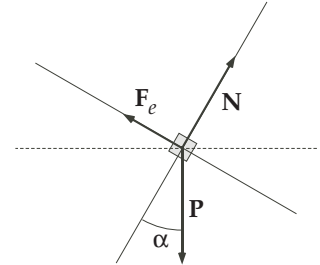
- 3.

$$t_1 = \frac{v_0}{a} = 2(t_2 - D/v_0) \simeq 2.9 \text{ s}$$

Soluzione del problema n. 2

1. Nella condizioni di equilibrio, la reazione normale del piano ($\mathbf{N}$) equilibra la componente normale della forza peso ($p \cos \alpha$), mentre la forza elastica ($\mathbf{F}_e$) ne equilibra la componente tangenziale ($p \sin \alpha$). Pertanto, indicando con d l'allungamento della molla, si ha

$$mg \sin \alpha = kd \Rightarrow d = \frac{mg \sin \alpha}{k} \simeq 5 \text{ cm}$$



2. Scrivendo la componente parallela al piano della risultante delle forze agenti sul corpo e applicando il secondo principio della dinamica nel sistema di coordinate indicato, si ha

$$F(x) = mg \sin \alpha - k(d + x) = -kx = m\ddot{x} \Rightarrow x(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

dove $\omega = \sqrt{k/m} = 10 \text{ rad/s}$, mentre A e φ dipendono dalle condizioni iniziali.

3. Per soddisfare le condizioni $x(0) = 0$ e $\dot{x}(0) = v_0$ bisogna prendere $A = v_0/\omega$ e $\varphi = 0$, da cui

$$x(t) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t) \Rightarrow x(t_1) = \frac{v_0}{\omega} \sin(\omega t_1) = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} \sin(\pi/3) = 0.87 \text{ m}$$

Derivando la coordinata x rispetto al tempo si ha

$$\dot{x}(t) = v_0 \cos(\omega t) \Rightarrow \dot{x}(t_1) = v_0 \cos(\pi/3) \simeq 5 \text{ m/s}$$

Soluzione del problema n. 3

1. Il potenziale (riferito all'infinito) alla superficie della sfera vale

$$V_0 = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$$

mentre a distanza l dalla superficie, e quindi a distanza $(l + R)$ dal suo centro, vale:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(l + R)} = \frac{1}{4}V_0$$

da cui si ricava $R = l/3 = 3 \text{ cm}$.

2. Essendo la sfera carica uniformemente, la sua carica totale è legata alla densità di carica di volume dalla seguente relazione:

$$Q = \rho \frac{4}{3}\pi R^3$$

mentre Q può essere ricavata dal potenziale V_0 che è noto: $Q = V_0 4\pi\epsilon_0 R$. Perciò:

$$\rho = \frac{3\epsilon_0 V_0}{R^2} \simeq 0.9 \mu\text{C}/\text{m}^3$$

3. Il lavoro $W^{(est)}$ che deve compiere una forza esterna è uguale e contrario al lavoro compiuto dalla forza elettrostatica W , a sua volta esprimibile in termini del potenziale elettrostatico:

$$\begin{aligned} W_{\infty,0}^{(est)} &= -W_{\infty,0} = q(V_0 - V_\infty) = q \int_0^\infty E(r) dr = q \left[\int_0^R E(r) dr + \int_R^\infty E(r) dr \right] = \\ &= q \left[\int_0^R \frac{\rho r}{3\epsilon_0} dr + V_0 \right] = 30\pi\epsilon_0 R V_0^2 = 2.25 \cdot 10^{-8} \text{ J} \end{aligned}$$

Soluzione del problema n. 4

1. All'accensione, l'induttore si comporta come un circuito aperto per cui la corrente scorre solo nella maglia costituita dal generatore, r e R_2 . Perciò:

$$I_{0+} = \frac{f}{r + R_2} = 2 \text{ A}$$

2. Dato che l'induttore è in parallelo al resistore R_2 , si ha:

$$V_A - V_D = R_2 I_{0+} = \frac{R_2 f}{r + R_2} = 4 \text{ V}$$

3. Dopo la seconda commutazione, la maglia costituita dall'induttore L e dal resistore R_2 rimane isolata. L'energia $E_L = \frac{1}{2} L I_L^2$ immagazzinata nell'induttore si scarica interamente nel resistore R_2 venendo dissipata per effetto Joule. La corrente I_L è la corrente che attraversa l'induttore a regime con l'interruttore nella posizione "A": in questa situazione, l'induttore cortocircuita R_2 per cui $I_L = f/r$. Perciò si ha:

$$E = \frac{1}{2} L I_L^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{f}{r} \right)^2 = 10 \text{ mJ}$$