

Fisica I per Ingegneria Elettronica

A.A. 2008/2009 – appello del 14 luglio 2009

Soluzione del problema n. 1

1. Considerando la risultante delle forze agenti sul punto (forza peso, reazione normale del piano e forza di attrito) e scomponendola lungo le direzioni parallela e ortogonale al piano, orientate rispettivamente nel verso della velocità iniziale e in quello della normale uscente dal piano, si ha

$$\begin{cases} F_{\parallel} = -mg \sin \alpha - N \cos \alpha = ma_{\parallel} \\ F_{\perp} = N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow a_{\parallel} = -g(\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha) .$$

Il moto lungo il piano è uniformemente accelerato, con accelerazione $a_{\parallel}$ e velocità iniziale v_0 . Prendendo come origine il punto alla base del piano da cui il punto inizia il suo moto, per lo spazio percorso lungo il piano si ha

$$x(t) = v_0 t - \frac{1}{2} g (\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha) t^2 .$$

2. Il tempo necessario al punto per fermarsi (T) lo si ricava imponendo che all'istante T la sua velocità si sia annullata. Pertanto

$$v(T) = v_0 - g(\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha)T = 0 \Rightarrow T = \frac{v_0}{g(\sin \alpha + \mu_d \cos \alpha)} \simeq 1.3 \text{ s} .$$

3. Considerando la variazione di energia meccanica (dovuta al lavoro compiuto dalla forza di attrito) tra l'istante del lancio e quello in cui il punto si ferma (a quota h dal suolo), si ha

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - mgh = \mu_d mg \cos \alpha (h / \sin \alpha) \Rightarrow h = \frac{v_0^2}{2g(1 + \mu_d / \tan \alpha)} \simeq 3.4 \text{ m} .$$

Allo stesso risultato si giunge usando direttamente l'espressione ottenuta nel punto 1.

4. Quando il punto è arrivato alla posizione di massima quota è fermo. In questo istante si devono applicare le relazioni dell'attrito statico. In particolare, affinché il punto rimanga in equilibrio, la componente della forza peso lungo il piano deve essere minore della forza di attrito massimo che il piano può esercitare. Pertanto,

$$mg \sin \alpha \leq \mu_s N = \mu_s mg \cos \alpha \Rightarrow \mu_s \geq \tan \alpha = \mu_s^{(\min)} \simeq 0.58$$

Soluzione del problema n. 2

1. Poiché il momento della forza frenante è costante, dalla seconda equazione cardinale dei sistemi ($\tau = I\alpha$, con I momento d'inerzia e α accelerazione angolare) si ha, per il cilindro,

$$\alpha = -\frac{\tau}{I} = -\frac{2\tau}{MR^2} \Rightarrow \omega(t) = \omega_0 - \frac{2\tau}{MR^2} t .$$

2. Il tempo necessario al cilindro per fermarsi (T) lo si ricava imponendo che all'istante T la sua velocità angolare si sia annullata. Pertanto

$$\omega(T) = \omega_0 - \frac{2\tau}{MR^2} T = 0 \Rightarrow T = \frac{MR^2 \omega_0}{2\tau} = 5 \text{ s} .$$

3. Considerando la variazione di energia meccanica dovuta al lavoro compiuto dal momento frenante tra l'istante iniziale e $t = T$, si ha (indicando con $\Delta\theta$ la differenza angolare tra i due istanti e con n il corrispondente numero di giri)

$$\frac{1}{2} I \omega_0^2 = \tau \Delta\theta = \tau 2\pi n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{MR^2 \omega_0^2}{8\pi\tau} \simeq 8.$$

4. Il lavoro necessario a fermare il corpo (L) uguaglia la variazione di energia cinetica del cilindro tra l'istante iniziale e $t = T$. Risulta pertanto

$$L = \frac{1}{2} I \omega_0^2 = \frac{MR^2 \omega_0^2}{4} = 250 \text{ J}$$

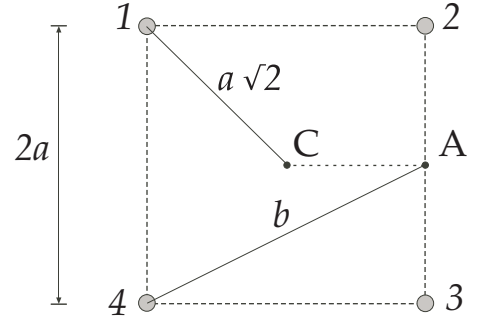
Soluzione del problema n. 3

1. Con riferimento alla figura, l'energia elettrostatica del sistema è definita come

$$U = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\substack{i,j=1 \\ (i \neq j)}}^4 \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

q_i è la carica posta nel punto i , r_{ij} è la distanza tra il punto i e il punto j , e il fattore $1/2$ deriva dal fatto che le coppie vanno considerate una sola volta. Considerando i sei termini distinti della sommatoria, con le relative cariche e distanze, si ottiene

$$U = -\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 a} \left(4 + \frac{7}{\sqrt{2}} \right) \simeq -0.40 \text{ J}$$



2. Il potenziale nel punto C, rispetto all'infinito, lo si ottiene sommando i potenziali dovuti alle singole cariche puntiformi q_i , tutte alla distanza $a\sqrt{2}$ dal punto C.

$$V_C = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a\sqrt{2}} (q + 2q + q - 4q) = 0$$

3. La forza esercitata sulla carica Q , posta nel punto C, la si ottiene sommando le forze dovute alle singole cariche puntiformi q_i , tutte alla distanza $a\sqrt{2}$ dal punto C. In particolare, i contributi delle cariche q_1 e q_3 si cancellano vicendevolmente, mentre quelli delle cariche q_2 e q_4 si sommano dando luogo ad una forza, diretta verso il punto 4, di intensità

$$F_{\text{tot}} = \frac{6qQ}{4\pi\epsilon_0 (a\sqrt{2})^2} \simeq 13.5 \text{ N}$$

4. L'energia W richiesta per spostare la carica Q da C ad A uguaglia la differenza di potenziale $V_A - V_C$, moltiplicata per Q . V_C è già stata calcolata e risulta nulla, mentre per il calcolo di V_A si ha (vedi figura):

$$V_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{q}{b} + \frac{2q}{a} + \frac{q}{a} - \frac{4q}{b} \right)$$

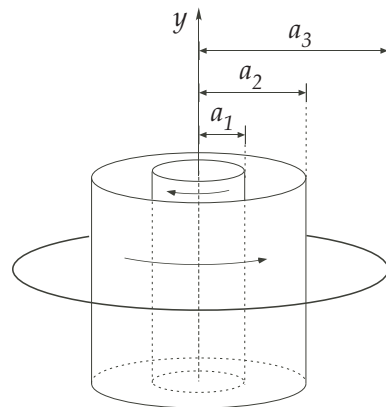
dove, dal teorema di Pitagora, $b = a\sqrt{5}$. Pertanto,

$$W = Q (V_A - V_C) = \frac{3qQ}{4\pi\epsilon_0 a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{5}} \right) \simeq 0.75 \text{ J}$$

Soluzione del problema n. 4

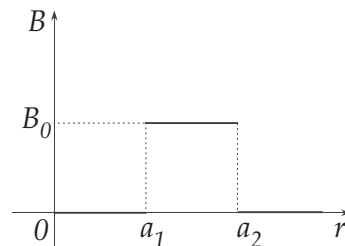
1. Il campo generato da ciascuno dei due solenoidi ha modulo pari a $B_0 = \mu_0 n i_0$ ed è uniforme all'interno di ciascuno di essi e nullo fuori. I due campi sono diretti lungo l'asse y (vedi figura) ma hanno versi opposti. Assumendo i versi delle correnti mostrati in figura si ha, all'interno del solenoide più sottile, $\mathbf{B}_1 = -B_0 \hat{y}$ mentre, all'interno dell'altro, $\mathbf{B}_2 = B_0 \hat{y}$. Il campo totale è dato dalla somma vettoriale dei due. Pertanto,

$$\mathbf{B}(r) = \mathbf{B}_1(r) + \mathbf{B}_2(r) = \begin{cases} 0 & (r < a_1) \\ B_0 \hat{y} & (a_1 < r < a_2) \\ 0 & (r > a_2) \end{cases}$$



2. Il grafico di $\mathbf{B}$ è mostrato in figura, con $B_0 = \mu_0 n i_0$. In particolare, per $r = (a_1 + a_2)/2$ si ha

$$B = B_0 = \mu_0 n i_0 \simeq 3.8 \text{ mT}$$



3. Poiché $a_3 > a_2$, il flusso di $\mathbf{B}$ concatenato con la spira è

$$\Phi_B = B(t) \pi (a_2^2 - a_1^2)$$

dove adesso la corrente varia nel tempo, per cui $B(t) = \mu_0 n i(t)$. La f.e.m. indotta sulla spira è quindi

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 n \pi (a_2^2 - a_1^2) \frac{di}{dt} = -\mu_0 n \pi (a_2^2 - a_1^2) k \simeq -3.6 \mu\text{V}$$

4. La potenza dissipata sulla resistenza della spira è

$$P = \mathcal{E}_i^2 / R \simeq 12.6 \text{ pW},$$

costante nel tempo.