

[A.A. 2008/2009 - Prima prova di esonero - 22 aprile 2009]

Problema n. 1b

Un punto materiale si muove sul piano xy con le seguenti leggi orarie:

$$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t) \\ y(t) = A \sin^2(\omega t), \end{cases}$$

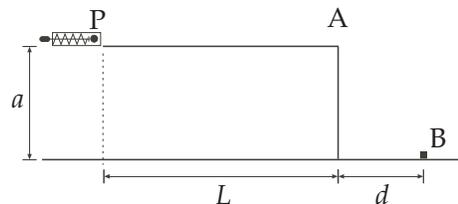
con A e ω costanti positive. Determinare:

1. l'espressione esplicita, $y(x)$, della traiettoria e disegnarne il grafico, indicando gli intervalli di variabilità di x e y ;
2. le componenti cartesiane della velocità in un istante generico t in funzione di A e ω e calcolare, assumendo $A = 10$ cm e $\omega = 2\pi$ rad/s, il modulo della velocità al tempo $t = 1/8$ s;
3. le componenti cartesiane dell'accelerazione (in forma simbolica) quando esso transita per il punto di coordinate $(0, A)$,
;
4. il raggio di curvatura della traiettoria (in forma simbolica) nello stesso punto.

Problema n. 2b

Il punto materiale P di massa m viene lanciato, mediante una molla di costante elastica k , su un piano orizzontale di lunghezza $L = 2$ m, posto alla quota $a = 1$ m rispetto al suolo (vedi figura). Calcolare:

1. la velocità (v_A) che P deve possedere alla fine del piano (A) per colpire il bersaglio B, posto sul suolo a distanza $d = 1$ m dalla fine del piano;
2. l'angolo d'impatto di P al suolo (φ_B);
3. la compressione della molla (δ) necessaria per lasciare P affinché esso colpisca il bersaglio (supponendo il piano liscio e sapendo che $m/k = 2 \times 10^{-3}$ s²);
4. la compressione che sarebbe necessaria (δ') se il piano fosse scabro, con coefficiente di attrito dinamico $\mu = 0.5$.



Problema n. 3b

Una sbarra omogenea di lunghezza $L = 1$ m e massa $m = 2$ kg è incernierata senza attrito all'asse orizzontale O, posto su una parete verticale. Essa è tenuta in equilibrio nella posizione mostrata in figura, con $\theta = 60^\circ$, mediante un filo orizzontale (f).

1. Calcolare la tensione del filo (T).
2. Calcolare il modulo della reazione (R) esercitata dal perno nella condizione di equilibrio.
3. Se il filo viene tagliato, determinare l'energia cinetica (E_c) posseduta dalla sbarra nell'istante in cui essa raggiunge la posizione verticale.
4. Determinare la velocità tangenziale (v) dell'estremo libero della sbarra nello stesso istante.

