Fisica I per Ingegneria

A.A. 2018/2019 - Prima prova di autovalutazione - 31 ottobre 2018

Quesito 1

La velocità media nell'intervallo temporale (t_1, t_2) è definita come

$$\bar{v}_{12} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} .$$

In questo caso l'intervallo da considerare è $(0, T)$. Le tre le leggi orarie mostrate condividono la stessa posizione iniziale e la stessa posizione finale, per cui la velocità media è la stessa per le tre [d].

Quesito 2

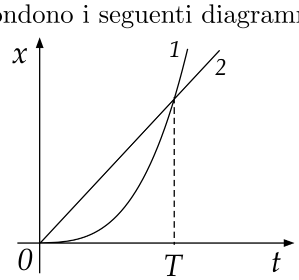
Due delle soluzioni proposte (la [c] e la [d]) devono essere scartate perché non sono corrette dal punto di vista dimensionale. Infatti, la quantià ω/v_0 ha le dimensioni di un inverso di una lunghezza e non di una lunghezza, come dovrebbe essere. Tra le altre due, una (la [b]) prevede che all'istante $t = 0$ la coordinata della posizione sia v_0/ω, invece che 0. Pertanto, l'unica soluzione corretta dal punto dimensionale e per cui $x(0) = 0$ è la [a].

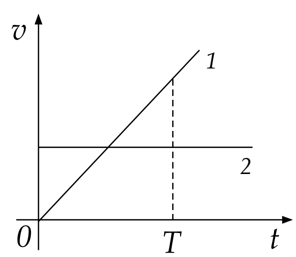
Problema 1

1. Indichiamo con x la coordinata spaziale sull'asse del moto. Fissiamo le origini dell'asse di tempi e dell'asse x in modo tale che l'automobile inizialmente ferma (automobile 1) parta, all'istante $t = 0$, dalla posizione $x = 0$. Pertanto, l'automobile 1 si muove di moto uniformemente accelerato con velocità iniziale nulla, posizione iniziale nulla e accelerazione $a_1 = 2$ m/s^2. L'altra (automobile 2) si muove di moto rettilineo uniforme con velocità $v_2 = 60$ km/h e si trova nella posizione $x = 0$ per $t = 0$. Le leggi orarie e le velocità delle due automobili sono quindi:

$$\begin{cases} x_1(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 \\ x_2(t) = v_2 t \end{cases} \qquad \text{e} \qquad \begin{cases} v_1(t) = a_1 t \\ v_2(t) = v_2 \end{cases}$$

a cui corrispondono i seguenti diagrammi:





2. Il tempo necessario affinché la seconda automobile raggiunga la prima (T) corrisponde all'ascissa del punto di intersezione tra i diagrammi orari delle due automobili. Quindi

$$\frac{1}{2} a_1 T^2 = v_2 T \qquad \Rightarrow \qquad T = \frac{2 v_2}{a_1} = 16.7\,\text{s}$$

Naturalmente le due curve si intersecano anche in $t = 0$, ma non è questa la soluzione che stiamo cercando.

3. Posizione e velocità della seconda automobile al momento del sorpasso corrispondono alle quantità $x_1(T)$, che coincide con $x_2(T)$, e $v_1(T)$:

$$x_1(T) = \frac{1}{2}a_1T^2 = \frac{1}{2}a_1\left(\frac{2v_2}{a_1}\right)^2 = \frac{2v_2^2}{a_1} = 278\,\mathrm{m}; \qquad v_1(T) = a_1T = a_1\left(\frac{2v_2}{a_1}\right) = 2v_2 = 120\,\mathrm{km/h}.$$

Problema 2

Indichiamo con T_1 il tempo necessario al sasso per arrivare sul fondo del pozzo e con T_2 il tempo che impiega il suono per andare dal fondo alla sommità. Il primo si muove di moto uniformemente accelerato con accelerazione $g = 9.8$ m/s^2 e velocità iniziale nulla; il secondo, di moto uniforme con velocità $v_s = 340$ m/s. La somma di questi due tempi dà $T_1 + T_2 = T = 4$ s. In particolare,

$$h = \frac{1}{2}gT_1^2\ ; \qquad h = v_sT_2 = v_s(T - T_1)\ . \tag{1}$$

Uguagliando tra loro queste due relazioni si può ricavare T_1:

$$\frac{1}{2}gT_1^2 = v_s(T - T_1)\ \Rightarrow\ T_1^2 + \frac{2v_s}{g}T_1 - \frac{2v_sT}{g} = 0\ \Rightarrow\ T_1 = \frac{v_s}{g}\left(-1 \pm \sqrt{1 + \frac{2gT}{v_s}}\right)\ .$$

La soluzione negativa va, ovviamente, scartata, per cui quella accettabile è quella con il segno +, per cui $T_1 = 3.79$ s. Da una qualunque delle equazioni nella (1) si ha quindi $h = 70.5$ m.

Problema 3

1. Di questo moto armonico conosciamo l'ampiezza ($A = 20$ cm) e possiamo ricavare facilmente il periodo, poiché il punto compie metà dell'oscillazione in $T/2 = 5$ s, da cui $T = 10$ s. La corrispondente pulsazione è $\omega = 2\pi/T = 0.63$ rad/s. Resta da determinare la fase iniziale (ϕ).

   Un modo per fare questo è il seguente. L'informazione che abbiamo è che $x(t_1) = A\sin(\omega t_1 + \phi) = 0$, per cui $\omega t_1 + \phi = 0$ oppure $\omega t_1 + \phi = \pi$. Sappiamo anche che la velocità per $t = t_1$ è positiva, cioè: $A\omega\cos(\omega t_1 + \phi) > 0$. Questo implica che delle due precedenti soluzioni dobbiamo scegliere la prima, e quindi $\phi = -\omega t_1$.

   In definitiva:

$$x(t) = A\sin\left[\omega(t - t_1)\right]\ ; \quad v(t) = A\omega\cos\left[\omega(t - t_1)\right]\ ; \quad x(t) = -A\omega^2\cos\left[\omega(t - t_1)\right]\ .$$

2. Per $t = t_2 = 25$ s la prima di queste equazioni dà

$$x(t_2) = A\sin\left[\omega(t_2 - t_1)\right] = 19\ \mathrm{cm}\ .$$