Fisica 2 - Secondo esonero gennaio 2026

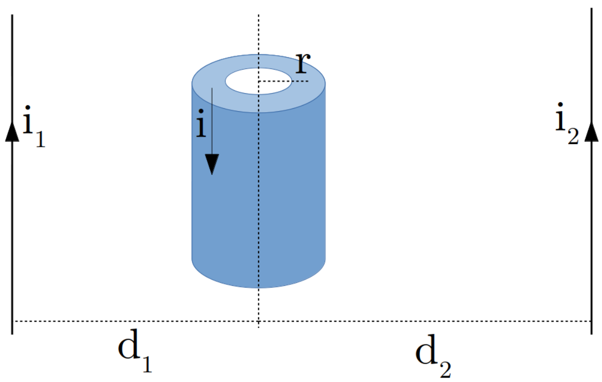
Esercizio 1

Un cilindro conduttore cavo e indefinito, di raggio interno $a = 1$ cm ed esterno $b = 2$ cm, è percorso dalla corrente $i = 7$ A distribuita uniformemente.

1. Calcolare il campo magnetico sull'asse del cilindro e alla distanza r a metà del conduttore cavo. [**5 punti**]

Due fili rettilinei indefiniti sono posti parallelamente all'asse del cilindro, rispettivamente a distanza $d_1 = 1.5$ m e $d_2 = 2.5$ m. Le correnti sono $i_1 = 25$ A e $i_2 = 48$ A e sono discordi alla corrente nel cilindro.

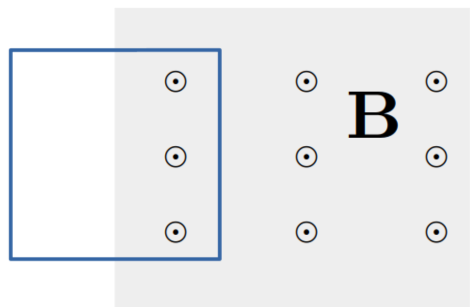
2. Calcolare il nuovo campo magnetico totale sull'asse del cilindro. [**4 punti**]
3. Calcolare la forza per unità di lunghezza che il filo 1 e il cilindro esercitano sul filo 2. [**4 punti**]
4. Calcolare la circuitazione del campo magnetico totale lungo una circonferenza, centrata sul raggio del cilindro, di raggio $R = 2$ m. [**3 punti**]



Esercizio 2

Si consideri una spira quadrata di lato $l = 2$ m e resistenza $\mathcal{R} = 8\ \Omega$. Metà della spira è immersa in un campo magnetico uniforme $\vec{B}(t)$, variabile nel tempo e ortogonale al piano della spira. La spira viene tenuta ferma e ha autoinduzione trascurabile. Il campo magnetico all'istante $t = 0$ vale $B_0 = 1.5$ T; poi decresce linearmente nel tempo, fino ad annullarsi in un intervallo di tempo $\Delta t = 0.75$ s.

1. Scrivere esplicitamente il campo magnetico in funzione del tempo. [**2 punti**]
2. Calcolare la f.e.m. indotta nella spira. [**4 punti**]
3. Calcolare la corrente indotta nella spira e l'energia dissipata per effetto Joule nel tempo Δt. [**4 punti**]
4. Calcolare la forza necessaria per tenere ferma la spira a $t = 0$. [**3 punti**]
5. Sia ora $B = B_0$ costante nel tempo; calcolare la velocità (costante) con cui deve muoversi la spira per ottenere la stessa f.e.m. del caso precedente. [**4 punti**]



Soluzione del primo esercizio:

1. Applichiamo la legge di Ampère, tenendo conto che il campo magnetico avrà simmetria cilindrica.

Lungo l'asse del cilindro, la corrente concatenata è nulla, quindi $B = 0$.

La densità di corrente nel conduttore vale

$$j = \frac{i}{\pi(b^2 - a^2)} \simeq 7.4 \times 10^3 \ \mathrm{A/m^2}. \tag{1}$$

Applichiamo la legge di Ampère ad una circonferenza di raggio $r = (a + b)/2 = 1.5$ cm.

$$B = \frac{\mu_0 i_{\mathrm{conc}}}{2\pi r} \tag{2}$$

dove

$$i_{\mathrm{conc}} = j\,\pi(r^2 - a^2) = i\,\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \tag{3}$$

Il campo magnetico risulta quindi

$$B(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}\frac{r^2 - a^2}{b^2 - a^2} \simeq 3.9 \times 10^{-5} \ \mathrm{T}. \tag{4}$$

2. Il campo prodotto dal conduttore cilindrico è nullo, quindi occorre considerare solo il contributo dei fili. Applichiamo la legge di Biot-Savart. Per il filo 1:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi d_1} \simeq 3.3 \times 10^{-6} \ \mathrm{T}. \tag{5}$$

Per il filo 2:

$$B_2 = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d_2} \simeq 3.8 \times 10^{-6} \ \mathrm{T}. \tag{6}$$

I due campi hanno verso opposto, quindi in totale:

$$B_{\mathrm{tot}} \simeq 5 \times 10^{-7} \ \mathrm{T}. \tag{7}$$

Il verso del campo magnetico totale è quello del campo prodotto dal secondo filo, perché in modulo $B_2 > B_1$, quindi uscente con riferimento alla figura.

3. Su un elemento di filo 2, agisce la forza

$$d\vec{F} = i_2 d\vec{l} \times \vec{B}. \tag{8}$$

dove $\vec{B}$ è il campo magnetico sul filo 2. In modulo, la forza per unità di lunghezza si può quindi scrivere

$$\frac{dF}{dl} = i_2 B \tag{9}$$

Ci saranno due contributi, uno dato dal filo 1 e l'altro dal cilindro cavo. Il primo contributo vale

$$\frac{dF_{12}}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i_1 i_2}{d_1 + d_2} = 6 \times 10^{-5} \ \mathrm{N/m} \tag{10}$$

ed è attrattivo. Il secondo contributo vale

$$\frac{dF_{\mathrm{cil},2}}{dl} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{i\,i_2}{d_2} \simeq 2.7 \times 10^{-5} \ \mathrm{N/m} \tag{11}$$

ed è repulsivo. La forza totale, considerando i versi opposti, è

$$\frac{dF_{\mathrm{tot}}}{dl} = \frac{dF_{12}}{dl} - \frac{dF_{\mathrm{cil},2}}{dl} \simeq 3.3 \times 10^{-5} \ \mathrm{N/m}. \tag{12}$$

Il verso della forza totale è attrattivo.

4. Applichiamo la legge di Ampère:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{conc}} \tag{13}$$

dove I_{conc} è la corrente totale concatenata alla circonferenza. Essendo $d_1 < R < d_2$, le correnti concatenate sono quella del cilindro e quella del filo 1, ma non quella del filo 2. Considerando positivo il verso di i_1,

$$I_{\text{conc}} = i_1 - i = 18 \text{ A} \tag{14}$$

e quindi

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_1 - i) \simeq 2.3 \cdot 10^{-5} \text{ T m.} \tag{15}$$

Soluzione del secondo esercizio:

1. Poiché il campo varia linearmente nel tempo:

$$B(t) = B_0 \left(1 - \frac{t}{\Delta t}\right) \tag{16}$$

2. Applichiamo la legge di Faraday. Il flusso magnetico attraverso la metà della spira immersa nel campo magnetico è:

$$\Phi_B(t) = B(t)\frac{l^2}{2} \tag{17}$$

e la f.e.m. indotta vale:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{dB}{dt}\frac{l^2}{2} = \frac{B_0 l^2}{2\Delta t} = 4 \text{ V} \tag{18}$$

3. La corrente che percorre la spira è:

$$I = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}}}{\mathcal{R}} = 0.5 \text{ A} \tag{19}$$

e il segno positivo indica che il verso è antiorario con riferimento alla figura. La corrente è costante nell'intervallo Δt, dopo di che il campo magnetico e la corrente si annullano. L'energia dissipata per effetto Joule in Δt vale:

$$E_J = P_J \, \Delta t = I^2 \mathcal{R} \Delta t = 1.5 \text{ J.} \tag{20}$$

4. La forza esterna deve bilanciare quella che agisce sul lato destro della spira (i contributi dei lati superiore e inferiore si elidono, in quanto sono uguali in modulo e opposti in verso):

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \tag{21}$$

dove I è la corrente indotta (19). La forza è diretta orizzontalmente verso destra. Occorre quindi una forza opposta, in modulo pari a

$$F(t) = I \, l \, B(t) \Rightarrow F(0) = I \, l \, B_0 = 1.5 \text{ N} \tag{22}$$

5. La spira deve muoversi verso sinistra a velocità costante. Il flusso magnetico diventa:

$$\Phi_B(t) = B_0 \, l \left(\frac{l}{2} - vt\right) \tag{23}$$

e la f.e.m. indotta è

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = B_0 \, l \, v. \tag{24}$$

Se si vuole la stessa f.e.m. (18),

$$v = \frac{l}{2\Delta t} \simeq 1.33 \text{ m/s.} \tag{25}$$