PROVA SCRITTA DI FISICA GENERALE II (FISICI)
17/6/1996

2°) In un circuito in cui passa la corrente I= $I_0\cos\omega t$, è inserito un condensatore piano avente le armature costituite da lastre circolari e parallele di raggio a, poste a distanza molto piccola rispetto al loro raggio. Calcolare l' andamento, in funzione del tempo, del campo magnetico in un punto dello spazio tra le armature, a distanza R (con R<<a) dal centro delle lastre.
SOLUZIONE
L' equazione di Maxwell: $\mathrm{rot}B = \mu_0(J + \varepsilon_0 \frac{dE}{dt})$ si può esprimere in forma differenziale come: $\oint B \bullet dl = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S E \bullet \hat{n}\, dS$
Le linee del campo magnetico generato da un filo rettilineo sono delle circonferenze concentriche con il filoe giacenti su di un piano normale al filo stesso. Per ragioni di simmetria anche le linee del campo magnetico all' interno del nostro condensatore saranno delle circonferenze concentriche con l' asse del condensatore. Scegliamo quindi un cammino chiuso circolare di raggio R centrato sull' asse del condensatore, contenuto in un piano parallelo alle armature stesse. Si avrà allora: $\oint B \bullet dl = 2\pi RB$
La corrente I all' interno del condensatore è nulla, quindi avremo solo il contributo dovuto alla corrente di spostamento:
$2\pi RB = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\int_S E \bullet \hat{n}\, dS = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\Phi_S(E)$. Calcoliamo quindi il flusso del campo elettrico attraverso la superficie di raggio R.
Il campo elettrico è uniforme ed uguale a: $E = \frac{|\sigma|}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{4\pi a^2}\frac{1}{\varepsilon_0}$

$\Phi_S(E) = E\pi R^2 = \frac{Q}{4\pi a^2}\frac{1}{\varepsilon_0}\pi R^2 = \frac{QR^2}{\varepsilon_0 a^2}$ Pertanto $2\pi RB = \mu_0\varepsilon_0 \frac{d}{dt}\frac{QR^2}{\varepsilon_0 a^2}$ da cui

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{R}{a^2}\frac{dQ}{dt} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{R}{a^2} I$$

3°) Avendo a disposizione una lente convergente sottile di 6 diottrie si vuole ottenere una immagine con ingrandimento ±5 di un oggetto posto sull' asse della lente. Calcolare tutte le distanze dell' oggetto per cui ciò è possibile e le corrispondenti posizioni dell' immagine, specificando ogni volta se l' immagine stessa è reale o virtuale, dritta o capovolta.
SOLUZIONE

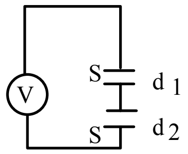
Si deve risolvere il sistema: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} = 6 \\ \frac{x'}{x} = \pm 5 \end{cases}$

da cui $\frac{1}{x} + \frac{1}{\pm 5x} = 6 \longrightarrow \begin{matrix} \frac{6}{5}\frac{1}{x} = 6 & + \\ \frac{4}{5}\frac{1}{x} = 6 & - \end{matrix} \longrightarrow$ x = 1/5, 2/15

Le posizioni dell'oggetto sono dunque 1/5 e 2/15, mentre quelle dell'immagine 1, -2/3. Nel primo caso si tratta di immagine virtuale e diritta, nel secondo caso di immagine reale e capovolta.

PROVA SCRITTA DI FISICA GENERALE II (FISICI)
22/2/1996

1) Nel modello atomico di Thomson l' atomo è considerato come una sfera di carica positiva q = Ze (-e = carica dell' elettrone) distribuita uniformemente all' interno della sfera (quindi è possibile avere cariche piccole a piacere anche minori della carica -e dell' elettrone), nella quale si trovano Z elettroni, con carica puntiforme e negativa -e. In particolare si consideri l' atomo di Elio (Z=2) come una sfera di raggio R= 0.025 nm. I due elettroni occupano posizioni simmetriche rispetto al centro dell' atomo. Calcolare la distanza tra i due elettroni in condizioni di equilibrio.

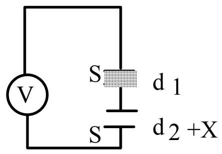


Caso 1

2) Due condensatori. piani di superficie S= 100 cm^2 (uguale per ambedue) e con le distanze tra le armature uguali rispettivamente a d_1 =1 cm e d_2= 2 cm sono collegati ad un generatore di forza elettromotrice V=100 V, come è mostrato in fig.1.

a) Calcolare la forza dí attrazione tra le armature del condensatore 1.

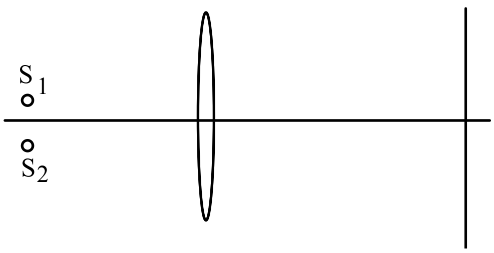
Successivamente mantenendo il contatto con il generatore si inserisce nel primo condensatore un dielettrico.di costante dielettrica relativa ε_1 =1.7 e si modifica la distanza tra le armature del secondo, che diventa d_2+X (X positivo o negativo) (vedi fig. 2)



Caso 2

b) Calcolare P, l'intensità di polarizzazione nel dielettrico in funzione di X.

c) Quanto deve essere X affinchè il generatore non compia in complesso lavoro durante il passaggio dalla situazione 1 alla situazione 2 ?



3) Due sorgenti monocromatiche (λ = 500 µm) aventi distanza relativa 1 mm sono poste alla distanza l = 30 cm da una lente sottile convergente avente distanza focale f= 20 cm Trovare la distanza in cm tra la frangia luminosa di ordine zero e quella di ordine 1 che si osservano su uno schermo posto a distanza l= 3 m dalla lente

Soluzione n. 2:

La forza di attrazione è la derivata rispetto a x della energia del condensatore (a carica costante) dove x è la distanza tra le armature:

$$|F| = \frac{d}{dx}\frac{Q^2}{2C} = \frac{d}{dx}\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}x = \frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$$

Nel nostro caso Q = C_{tot} V dove $\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{d_1 + d_2}{\varepsilon_0 S}$.

Quindi: $|F| = V^2 \frac{\varepsilon_0 S}{2(d_1 + d_2)^2}$

La polarizzazione del dielettrico è $P = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E_1$ dove E_1 è il campo elettrico in 1.

La carica che è ora sulle armature Q' è data da: $Q' = C'_{tot} V = \dfrac{\varepsilon_0 SV}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + d_2 + X}$.

La differenza di potenziale ai capi del primo condensatore è:

$$\frac{Q'}{C'_1} = V_1 = \frac{\frac{d_1}{\varepsilon_1}V}{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + d_2 + X}$$

Ma $E_1 = \frac{V_1}{d_1}$. Quindi infine $P = \dfrac{\varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)V}{d_1 + \varepsilon_1(d_2 + X)}$.

Affinchè il generatore non compia lavoro deve essere $C_{tot} = C'_{tot}$ in modo che l' energia totale resti costante = $\frac{1}{2}C_{tot}V^2$.

Quindi $\dfrac{d_1 + d_2}{\varepsilon_0 S} = \dfrac{\frac{d_1}{\varepsilon_1} + d_2 + X}{\varepsilon_0 S}$ ===> $X = d_1(1 - \frac{1}{\varepsilon_1})$

II prova di esonero di
FISICA GENERALE II - 20.12.1995

1) Un solenoide di lunghezza l = 2 m è costruito avvolgendo, su un cilindro di raggio r=1 cm, un filo lungo 64.8 m avente sezione 1 mm^2 e resistività $\rho = 3.09*10^{-7}$ Ωm in modo da formare 1000 spire. Tale solenoide è collegato ad una pila di f.e.m. f=10 V e di resistenza interna r_i = 5 Ω. All' interno del solenoide si trova una sbarra di ferro dello stesso diametro e di permeabilità magnetica relativa μ_r = 500 (supposta costante), avente un estremo all' interno del solenoide e l' altro estremo all' esterno. Tale sbarra viene estratta dal solenoide con velocità costante v = 50 cm/sec. Si calcoli la corrente che fluisce nel circuito giustificando il fatto che essa è costante durante il movimento della sbarra.
Si tratti la parte vuota e quella piena del solenoide come due solenoidi indefiniti.

Sia x la lunghezza della parte di solenoide ancora occupata dalla sbarra, e (l-x) la lunghezza di quella nella quale c' è ormai vuoto (l= lunghezza totale del solenoide). Il flusso di B concatenato con il solenoide sarà:

$R = \rho \frac{l}{s}$

$Li = \frac{\pi}{4} d^2 i n^2 \mu_0 (\mu_r x + l - x) = \frac{\pi}{4} d^2 i n^2 \mu_0 [x(\mu_r - 1) + l]$

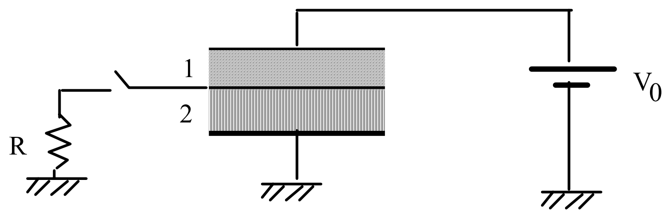
$v = -\frac{dx}{dt}$, quindi $-\frac{d\Phi}{dt} = -i\frac{dL}{dt} = \frac{\pi}{4} d^2 i n^2 \mu_0 (\mu_r - 1) v$

L' equazione del circuito è: $f - \frac{d\Phi}{dt} = (R + r_i) i$ ovvero $f = i\frac{dL}{dt} + (R + r_i) i$ e poichè $\frac{dL}{dt}$ = costante la corrente i è costante da cui $i = \frac{f}{((R + r_i) + \frac{dL}{dt})}$ = ??? A

PROVA SCRITTA DI FISICA GENERALE II PER STUDENTI DI FISICA

22/2/ 1995

1) Un condensatore piano, con armature di superficie S=100 cm^2, è riempito da due lastre di dielettrico, di spessore d_1 =2 mm e d_2 = 3mm, e di costante dielettrica relativa ε_{r1}= 1.5 e ε_{r2} = 2.



Tra i due dielettrici è inserito un strato metallico di spessore trascurabile. Uno dei capi del condensatore è (da t=-∞) collegato ad un generatore di tensione V_0= 200 V, l' altro è collegato a terra. Al tempo t = 0, lo strato metallico viene collegato a terra tramite una resistenza R= 200 Ω

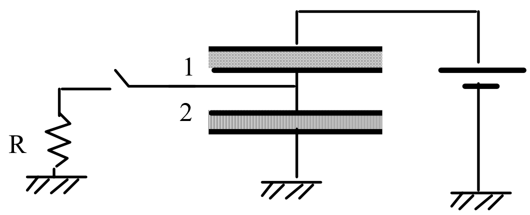
Si determini:

a) Il potenziale V^* dello strato metallico al tempo t_1=2.0 x lO^{-8} s.

b) L'energia E dissipata nella resistenza fino all' istante t_2= 1.5 x 10^{-8} s.

c) I1 lavoro L compiuto dal generatore nell'intervallo di tempo $0 \le t \le \infty$.

Soluzione:



a) Il condensatore può essere considerato come una serie di due condensatori C_1 e C_2:

$C_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} \frac{S}{d} = 66.4$ pF

$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} \frac{S}{d} = 59$ pF

1) La capacità totale dei due

condensatori in serie è: $C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$ Indicando con q_1 la carica sull' armatura superiore del primo condensatore, si ha, per t = 0, $q_1=V_0C$. D' altra parte, indicando con $V^*(t)$ il potenziale dello strato metallico, si ha $V^*(t)=V_0-\dfrac{q_1}{C_1}$.

Da queste 3 relazioni segue $V^*(0)=V_0(1-\dfrac{C}{C_1})=V_0\dfrac{C_1}{C_1+C_2}$ =105.6 V $\quad V^*(t=0)\dfrac{q_1}{C_1}$

Indicando con q_2 la carica sull' armatura superiore del secondo condensatore, la carica totale sullo strato metallico sarà $Q=q_2-q_1=C_2V^*(t)-C_1(V0-V^*(t))=(C_1+C_2)V^*(t)-C_1V_0$.

Per $t\geq 0$ si ha $-dQ=(C_1+C_2)\,dV^*=i\,dt$ con $i=\dfrac{V^*}{R}$

$$\frac{dV^*}{V^*}=-\frac{dt}{R(C_1+C_2)} \Longrightarrow V^*(t)=V^*(0)e^{-t/\tau} \qquad \tau=R(C_1+C_2)=2.5\ 10^{-8}\ \text{s}$$

$$\frac{dq_1}{dt}=-C_1\frac{dV(t)}{dt} \qquad V'(t_1)=V(0)\frac{C_1}{C_1+C_2}e^{-t_1/\tau}=47.5\text{V}$$

b) $dE=V^*i\,dt=\dfrac{V^{*2}}{R}dt=\dfrac{V^{*2}(0)}{R}e^{-2t/\tau}dt$

$$E=\int_0^{t_2}\frac{V'^2(0)}{R}e^{-2t/\tau}dt=\frac{\tilde{V}^2(0)}{R}\frac{\tau}{2}(1-e^{-2t_2/\tau})=1.41\times10^{-6}\ \text{J}$$

c) Il lavoro compiuto dal generatore per $t\geq 0$ può essere calcolato con il prodotto $V_0[q_1(\infty)-q_1(0)]$

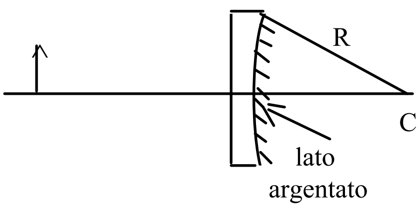
$q_1(\infty)=C_1[V_0-\tilde{V}(\infty)]=C_1V_0$

$q_1(0)=C_1[V_0-\tilde{V}(0)]=C_1V_0[1-(1-C/C_1)]=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}V(0)$

$$L=V_0[C_1V_0-\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}V_0]=1.23\times10^{-6}\ \text{J}$$

Questo risultato può anche essere trovato come:

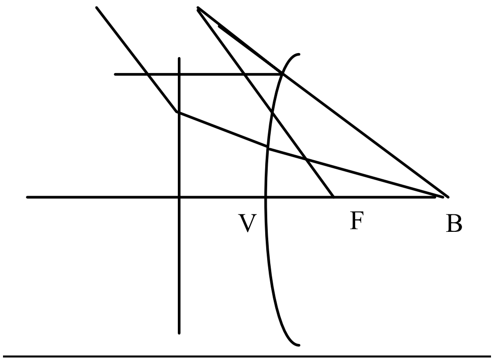
$$L=\underbrace{\frac{V_0^2}{2}\frac{C_1^2}{C_1+C_2}}_{\text{effetto Joule } t\geq 0}+\underbrace{\frac{1}{2}C_1V_0^2}_{\text{energia finale cond}}-\underbrace{\frac{1}{2}C_0V_0^2}_{\text{energiaa } t=0 \text{ del sist}}$$



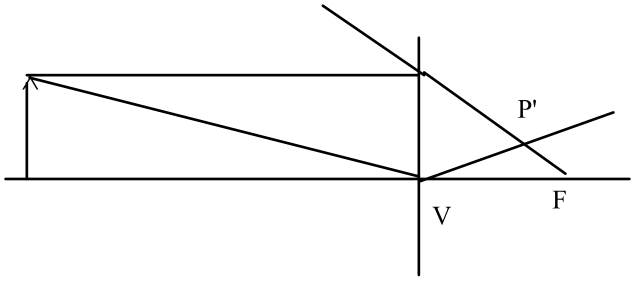
3°. uno specchio deformante è formato da una lente piano-concava di vetro, la cui faccia curva è argentata. Sapendo che il raggio di curvatura della faccia concava è R=75 cm e che l' indice di rifrazione del vetro è n= 1.50

a) calcolare la distanza del fuoco di questo sistema ottico dal vertice dello specchio;

b) costruire geometricamente l' immagine di un oggetto che si trova sull' asse ottico dello specchio.
(Risolvere il problema considerando trascurabili la distanza d tra il vertice dello specchio e la faccia piana).



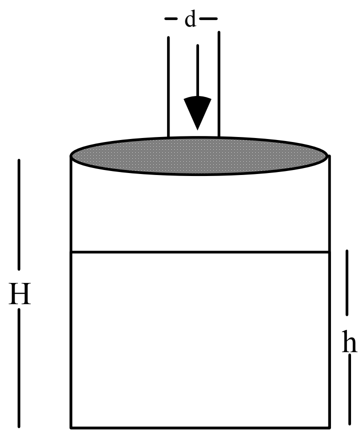
Soluzione: Consideriamo un fascio di raggi paralleli all' asse ottico. Quando entrano nel vetro non sono deviati. Perciò, dopo la riflessione dello specchio i loro prolungamenti passeranno per il fuoco dello specchio, che è il punto B a distanza R/2 dal vertice. I raggi riflessi vengono ulteriormente deviati dalla superficie piana di separazione vetro-aria che trasforma il fascio di raggi uscenti da B in un fascio proveniente da F, la cui distanza f dal vertice si può ottenere applicando la equazione del diottro a questa superficie (che ha raggio di curvatura infinito) $\frac{1}{f}+\frac{n}{R/2}=\frac{1-n}{r}=0$ cioè $f=-\frac{R}{2n}=-25$ cm
(il segno meno indica che il fuoco è virtuale)



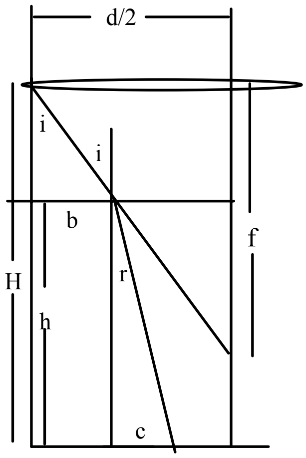
Per costruire l' immagine di un punto P si considerano due raggi uno parallelo all' asse ottico, l' altro passante per V. Il primo viene riflesso in un raggio il cui prolungamento passa per il fuoco; il secondo viene riflesso con angolo di riflessione uguale a quello di incidenza. L' intersezione dei prolungamenti di questi raggi è l' immagine P' di P. L' immagine è virtuale, dritta e rimpicciolita.

PROVA SCRITTA DI FISICA GENERALE II PER STUDENTI DI FISICA

7/2/1995



3) Una lente biconvessa di vetro (indice di rifrazione relativo all'aria n_1=1,5) con raggi R=10 cm è appoggiata sulla superficie superiore di un recipiente (avente altezza H= 20 cm) parzialmente riempito da un liquido trasparente avente indice di rifrazione n_2=1.3 ed altezza h= 15 cm. Un fascio di luce parallelo avente una sezione normale circolare di diametro d = 2 cm incide verticalmente sulla lente (vedi figura). Si calcoli il raggio c della sezione normale del fascio luminoso quando esso raggiunge il fondo del recipiente.



Soluzione:

$$\frac{1}{f} = (n_1 - 1)\frac{2}{R} \qquad f = 10 \text{ cm}$$

$$\tan i = \frac{d/2}{f} = 0.1 \qquad i = 5.71^\circ$$

$$a = (H - h)\tan i \qquad a = 0.5 \text{ cm}$$

$$\sin r = \frac{\sin i}{n_2} \qquad \sin\ r\ =\ .076$$

$$r = 4.38^\circ$$

$$b = a \tan r \qquad a = .038$$

$$c = d/2 - a - b \qquad c = 0.46$$

III UNIVERSITA' DI ROMA

II prova di esonero di
FISICA GENERALE II - 20.12.1995

1) Un solenoide di lunghezza l = 2 m è costruito avvolgendo, su un cilindro di raggio r=1 cm, un filo lungo 64.8 m avente sezione 1 mm^2 e resistività $\rho = 3.09*10^{-7}$ Ωm in modo da formare 1000 spire. Tale solenoide è collegato ad una pila di f.e.m. f=10 V e di resistenza interna $r_i = 5\ \Omega$. All' interno del solenoide si trova una sbarra di ferro dello stesso diametro e di permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 500$ (supposta costante), avente un estremo all' interno del solenoide e l' altro estremo all' esterno. Tale sbarra viene estratta dal solenoide con velocità costante v = 50 cm/sec. Si calcoli la corrente che fluisce nel circuito giustificando il fatto che essa è costante durante il movimento della sbarra.
Si tratti la parte vuota e quella piena del solenoide come due solenoidi indefiniti.

Sia x la lunghezza della parte di solenoide ancora occupata dalla sbarra, e (l-x) la lunghezza di quella nella quale c' è ormai vuoto (l= lunghezza totale del solenoide). Il flusso di B concatenato con il solenoide sarà:

$$R = \rho\frac{l}{s}$$

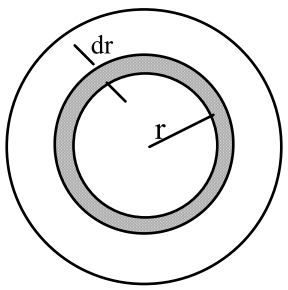
$$Li = \frac{\pi}{4}d^2in^2\mu_0(\mu_r x + l - x) = \frac{\pi}{4}d^2in^2\mu_0[x(\mu_r - 1) + l]$$

$v = -\dfrac{dx}{dt}$, quindi $-\dfrac{d\Phi}{dt} = -i\dfrac{dL}{dt} = \dfrac{\pi}{4}d^2in^2\mu_0(\mu_r - 1)v$

L' equazione del circuito è: $f - \dfrac{d\Phi}{dt} = (R + r_i)i$ ovvero $f = i\dfrac{dL}{dt} + (R + r_i)i$ e poichè $\dfrac{dL}{dt}$ = costante la corrente i è costante da cui $i = \dfrac{f}{((R + r_i) + \dfrac{dL}{dt})}$ = ??? A

2) Un disco di rame (resistività ρ= 1,72.10^{-8} Ω.m) di raggio R = 20 cm e spessore δ = 10 mm è disposto con il suo asse parallelo alle linee di forza di un vettore induzione magnetica uniforme e variabile nel tempo con la legge B(t)= A cos(ωt) con A costante = 1 Wb/m^2 ed ω = 100 s^{-1}. Quanto calore occorrerebbe sottrarre al disco ogni secondo per mantenere la sua temperatura invariata?

<u>Soluzione:</u>



Sulla spira di raggio r e spessore dr si ha:

$$f_i(x) = -\frac{d\Phi(B)}{dt} = -\pi r^2 \frac{dB}{dt} = -\pi r^2 A\,\omega\cos(\omega t).$$

La corrente che passa nella spira nel tempo dt vale:

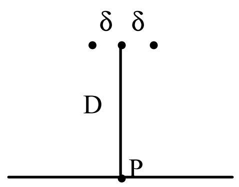
$$di = \frac{f_i}{R(x)} = -\frac{\pi r^2 A\delta}{\rho 2\pi r} dr\,\omega\cos(\omega t)dt.$$

Per la potenza si ha:

$$dw = di \cdot f_i(x) = \frac{\pi A^2 \delta r^3}{2\rho} dr\,\omega\cos(\omega t)dt.$$

$$W = \frac{1}{T}\int\int dwdt = \frac{\pi A^2 \delta R^4}{8\rho}\omega^2 \frac{1}{T}\int \cos^2(\omega t)dt = \ W$$

PROVA SCRITTA DI FISICA GENERALE II
3/10/1994



3). Tre sorgenti luminose coerenti e puntiformi emettono luce monocromatica di lunghezza d' onda λ = 6000 Å con la stessa potenza e sono allineate su una retta, a distanza δ una dall' altra. Si raccoglie la luce emessa su uno schermo a distanza D = 200 m dalle sorgenti (cfr. fig.), con D >> δ. Determinare il minimo valore di δ diverso da zero affinchè si osservi un massimo dell' intensità luminosa nel punto P dello schermo che giace sull' asse del segmento che unisce le sorgenti.

Si determini il rapporto tra il valore dell' intensità massima e quello dell' intensità luminosa prodotta nello stesso punto dello schermo da una sola delle sorgenti.

<u>Soluzione</u>:

Deve essere: $\Delta = k\,\lambda$ (k=1) con $\Delta = L - D$

Quindi:

$$\lambda = \sqrt{D^2 + \delta^2} - D = D\left(\sqrt{1 + \frac{\delta^2}{D^2}} - 1\right) \cong D\left(1 + \frac{\delta^2}{2D^2} - 1\right) = \frac{\delta^2}{2D^2}$$

da cui

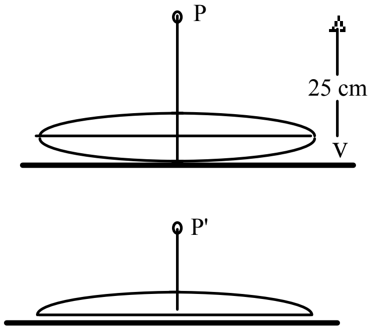
$$\delta \cong \sqrt{2D\lambda} \cong 1.55 \text{ mm}$$

$$\frac{I}{I_1} = \frac{(3E)^2}{E^2} = 9$$

FISICA GENERALE II

A.A. 1993-94

3 compito di esonero per Fisici



1) Una lente sottile biconvessa è costruita con due calotte di una sfera di materiale di indice di rifrazione n = 1.55.

Essa è posta su uno specchio piano.

a) Quale deve essere il raggio R della sfera, affinchè un oggetto posto sull' asse della lente a 25 cm da essa, abbia l' immagine sovrapposta a se stesso?

b) Se la calotta inferiore viene asportata, così da ottenere una lente piano-convessa, dove occorre spostare l' oggetto affinchè l' immagine continui ad essergli sovrapposta?

<u>Soluzione:</u>

a) Perchè l' immagine dell' oggetto sia sovrapposta all' oggetto stesso i raggi uscenti dalla lente devono essere paralleli tra di loro e perpendicolari allo specchio; l' oggetto deve quindi trovarsi nel fuoco della lente.

$$f = 25 \text{ cm}$$

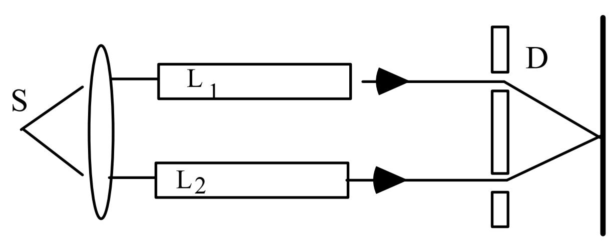
Poichè: $\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ e $r_1 = -r_2 = R$

sarà: $\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{R}$

R = 2 f (n-1) = 27.5 cm

b) $\frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{R}$

$$f_1 = \frac{R}{n-1} = 2f = 50 \text{ cm}$$



2) Un classico interferometro per la misura di indici di rifrazione di sostanze gassose è mostrato nella figura, in cui S è una sorgente di luce monocromatica di lunghezza d' onda nel vuoto λ_0= 5890 Ä, L_1 ed L_2 due contenitori cilindrici trasparenti uguali, ciascuno di lunghezza l = 10 cm, e D un diaframma a due fenditure sottili. Quando il primo tubo (L_1) è riempito di aria (n_1 = 1,000277) ed il secondo (L_2) è riempito di ammoniaca, sullo schermo si forma un sistema di frange di interferenza che è spostato di un numero N = 17 frange rispetto al caso in cui entrambi i contenitori cilindrici sono riempiti di aria. Calcolare l' indice di rifrazione n_2 dell'ammoniaca.

Soluzione:

$$\Delta = k_2 l - k_1 l = \frac{2\pi}{\lambda_2} l - \frac{2\pi}{\lambda_1} l = \frac{2\pi}{\lambda_0} l (n_2 - n_1)$$

(essendo $\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_2}$ e $\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_1}$)

$\Delta = N 2\pi r$ (spostamento delle frange)

$$n_2 = n_1 + \frac{N\lambda_0}{l} = 1.000277 + 0.000100 = 1.000377$$