1. La Forza elettrostatica

- In natura sono presenti cariche positive e negative.

- La carica elettrica si conserva.

- La carica elettrica e' quantizzata, e' sempre un multiplo intero della carica dell'elettrone:

$$e \simeq 1.6 \times 10^{-19} C$$

- Cariche di segno opposto si attraggono, dello stesso segno si respingono.

- La legge di Coulomb descrive la forza che si esercita tra due cariche q_1 e q_2 *puntiformi e a riposo*, separate dalla distanza r:

$$\vec{f} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

  nel vuoto $K \simeq 8.98 \times 10^9 Nm^2/C^2$. Si puo' anche scrivere: $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ dove $\epsilon_0 \simeq 8.85 \times 10^{-12} C^2/Nm^2$.

- Se le cariche sono estese: dopo averle suddivise in piccoli elementi che possano essere considerati puntiformi, la Legge di Coulomb permette di calcolare la forza $\vec{F}$ attraverso l'applicazione del principio di sovrapposizione $\vec{F} = \sum \vec{f}_i$.

2. Il Campo Elettrico

- Il vettore Campo Elettrico e' definito come:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

  dove $\vec{F}$ e' la forza elettrostatica che agisce su una piccola carica di prova q_0 posta nel punto che si considera.

- Percio' l'unita' di misura del Campo Elettrico e' N/C (piu' tardi vedremo che questa e' esprimibile anche anche come Volt $\cdot$ m).

- Il Campo Elettrico, come ogni altro campo vettoriale, puo' essere rappresentato dalle linee di forza, che vengono disegnate secondo i seguenti criteri:

  a) la direzione del vettore e' tangente alla linea;

  b) il verso indicato sulle linee e' quello del vettore;

  c) il numero di linee per unita' di superficie perpendicolare alla direzione del vettore e' proporzionale alla sua intensita'.

- Il flusso Φ del Campo Elettrico $\vec{E}$ attraverso un elemento di superficie orientata $\vec{A}$ e' definito dal prodotto scalare:

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos\theta$$

  Dal criterio c) di costruzione delle linee di forza e' facile verificare che il flusso del campo rappresenta proprio il numero di linee che attraversano l'elemento di superfie considerato.

3. La Legge di Gauss per il Campo Elettrico

- La legge di Gauss (Prima Equazione di Maxwell) descrive tutti i fenomeni elettrostatici:

$$\Phi = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$$

l'integrale rappresenta il flusso Φ del Campo Elettrico calcolato attraverso una qualunque superficie chiusa, mentre $\sum q_i$ e' la somma algebrica delle cariche racchiuse all'interno di questa superficie.

- La Legge di Gauss permette di calcolare facilmente il campo dovuto a distribuzioni di carica simmetriche e di ricavare importanti proprieta' dei conduttori e degli isolanti

- Il campo elettrico all'interno di un conduttore in equilibrio elettrostatico e' sempre nullo. Attraverso la legge di Gauss si dimostra che:

1. L'eventuale carica presente sul conduttore risiede solo sulla sua superficie;
2. In prossimita' della superficie il campo risulta ortogonale ad essa e il suo modulo vale $\frac{\sigma}{\epsilon_0}$, dove σ e' la densita' superficiale di carica.

- Campo da una carica puntiforme Q : $E = K\frac{Q}{r^2}$

Da una distribuzione sferica uniforme di raggio R:

$$r \geq R: \qquad E = K\frac{Q}{r^2}$$

$$r \leq R: \qquad E = K\frac{Q}{R^3}r$$

Da una distribuzione lineare uniforme infinita, di densita' lineare λ:

$$E = 2K\frac{\lambda}{r}$$

4. Energia elettrostatica - Potenziale

- Dall'analogia formale tra Legge di Coulomb e Legge della Gravitazione Universale si deduce che la forza elettrostatica e' conservativa. Quindi:

  1. Il lavoro per spostare una carica dal punto A al punto B del campo elettrico non dipende dal percorso , ma solo dagli estremi A e B;

  2. E' definibile la funzione energia potenziale U;

  3 L'energia si conserva : $U + \frac{1}{2}mv^2 = COST$

- La differenza di potenziale $(V_B - V_A)$ tra due punti e' definita:

$$(V_B - V_A) = \frac{(U_B - U_A)}{q} = -\frac{W}{q}$$

  dove W e' il lavoro necessario per spostare la carica q dda A a B. E' anche:

$$(V_B - V_A) = -\frac{1}{q}\int_A^B \vec{F}\cdot\vec{ds} = -\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{ds}$$

- L'unita' di misura del potenziale e' il Volt:

$$1V = 1J/1C$$

- Lungo le Superfici Equipotenziali, per definizione, $\Delta V = 0$ ed il campo elettrico $\vec{E}$ risulta ortogonale alla superficie.

- Se si conosce la funzione V nei vari punti dello spazio, le derivate di V rispetto alle coordinate forniscono le componenti del campo elettrico. Per esempio, in coordinate cartesiane:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x}; E_y = -\frac{\partial V}{\partial y}; E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

5. Capacita' dei conduttori - Condensatori

- Poiche' all'interno di un conduttore in equilibrio elettrostatico il campo elettrico e' nullo, esso si trova tutto allo stesso potenziale V. La Capacita' C di un conduttore e' una costante cosi' definita:

$$C = \frac{Q}{V}$$

  Q e' la carica che risiede sul conduttore stesso;

- Un condensatore e' un sistema costituito da due conduttori affacciati, che prendono il nome di armature;

- La capacita' di un condensatore e' definita come

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

  dove Q e' la carica posta su ciascuna armatura e ΔV la differenza di potenziale tra le armature;

- La defizione di Capacita' per il conduttore isolato e' consistente con quella del condensatore; infatti un conduttore isolato puo' essere considerato come l'armatura di un condensatore la cui seconda armatura si trova all'infinito (si assume che $V_\infty = 0$);

- L'unita' di misura della capacita e' il Farad :

$$1F = \frac{1C}{1V}$$

  , ai fini pratici questa unita' e' enormemente grande , pertanto si usano i suoi sottomultipli: (e.g. $\mu F, pF$)

6 a. Espressioni di alcune capacita'

- La capacita' di un conduttore o di un condensatore dipende solo dalle caratteristiche geometriche e dalla costante dielettrica.

- Capacita' di una sfera isolata di raggio R: $C = 4\pi\epsilon R$

- Capacita' di un condensatore piano:

$$C = \epsilon\frac{A}{d}$$

  dove: A superficie di un'armatura, d distanza tra le armature.

- Capacita' di un condensatore cilindrico di altezza L, raggi: interno a, esterno b:

$$C = 2\pi\epsilon\frac{L}{ln\frac{b}{a}}$$

6 b. Energia nel Campo Elettrico

- I condensatori sono sistemi per immagazzinare energia elletrostatica. Se v=v(t) e q=q(t) sono rispettivamente la d.d.p. e la carica al generico istante t del processo di carica, Q la carica finale, l'energia W immagazzinata nel condensatore al termine del processo di carica e' data da:

$$W = \int_0^Q vdq = \int_0^Q \frac{q}{C}dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2$$

- L'energia per unita' di volume (Densita' di energia nel campo elettrico) e' data da:

$$u_E = \frac{1}{2}\epsilon E^2$$